Math. & Sci. hum. ~ Mathematics and Social Sciences (43e année, n° 170, *2005*(2), p. 11-45)

MODELISATION DANS LES JEUX ET LES SPORTS

Pierre PARLEBAS[1]

RÉSUMÉ – *Le rôle assumé par les jeux et les sports au sein de leurs sociétés respectives, peut être éclairé par l'analyse de leurs structures profondes dont l'aspect invariant tranche face à l'immense variété des pratiques qu'ils suscitent. Tout comme l'a montré l'Oulipo pour les productions littéraires, le jeu sportif est façonné par un système de contraintes. Ces contraintes déterminent des structures appelées* « universaux » ; *ceux-ci sont des modèles fondés sur une logique interne dont les traits pertinents caractérisent l'action motrice engendrée par le déroulement du jeu. Une présentation détaillée de la structure élémentaire de plusieurs universaux est proposée (réseaux de communication motrice, structure des interactions de marque, système des scores…).*

L'intérêt et la difficulté de l'analyse sont liés à la mise en évidence recherchée entre les propriétés des universaux et les orientations marquantes de la culture d'appartenance des différents jeux. En s'appuyant sur des exemples précis, notamment sur les Jeux Olympiques, certaines correspondances entre les traits de logique interne et les caractéristiques culturelles sont présentées : valorisation de la compétition, de l'égalité des chances, de la coopération… L'objectif recherché est de voir dans quelle mesure certaines représentations sociales dominantes sont sous-tendues par des situations d'interaction motrice dont les propriétés mathématiques simples sont, sous cet angle, déterminantes.

MOTS-CLÉS – Graphe, Jeu, Jeu « paradoxal », Modélisation, Oulipo, Sport, Universaux

SUMMARY – Modelling in games and sports
The role assumed by games and sports in their respective societies, can be enlightened by the analysis of their profound structure, whose invariant aspect contrast strongly with the incredible variety of the practices they give rise to. As Oulipo has shown for writings, games and sports are shaped by their system of constraints. These constraints determine structures named "universals" which are models based on an internal logic whose significant features characterize the motor action generated during the game. A detailed presentation of the basic structure of several universals is given (networks of motor communication, structure of the score interactions, scoring system…).

The analysis' interest and difficulty comes from showing the links between the universals' properties and the striking orientations of the cultures the different games belong to. By using specific examples such as the Olympic Games, some relations between internal logic traits and cultural characteristics are presented: increasing the value of competition, the equality of opportunity, cooperation… The aim is to see if and how some dominant social representations are underlain by motor interaction situations whose simple mathematic properties can therefore prove decisive.

KEYWORDS – Game, Graph, Modelling, Oulipo, « Paradoxical » game, Sport, Universals

[1] Laboratoire de Sociologie, GEPECS (Groupe d'Etude Pour l'Europe de la Culture et de la Solidarité), Faculté des sciences humaines et sociales-Sorbonne, université Paris 5, 12 rue Cujas 75230 Paris cedex 05, pparlebas@magic.fr

1. PRENDRE LE JEU AU SERIEUX

Les sciences sociales ont pour une grande part négligé l'étude des jeux et des sports. Une telle mise à l'écart a incité maints chercheurs à délaisser ce champ d'investigation. C'est ainsi que le sociologue N. Elias témoigne de ses hésitations initiales□

> *Je me rappelle très bien que nous nous sommes demandé si le sport – entre autres le football – pourrait être considéré comme un sujet de recherche digne des sciences sociales, et en particulier d'une thèse de Masters of Arts (1986)* [Elias, Dunning, 1994].

Cependant, de façon paradoxale, un grand nombre de sociologues modernes se réfèrent explicitement au jeu et au sport pour célébrer leur valeur de maquette représentative des situations sociales. Tout en s'entourant de quelques précautions, P. Bourdieu affirme que□*L'image du jeu est sans doute la moins mauvaise pour évoquer les choses sociales* [Bourdieu, 1987] et il consacre aux aspects sociologiques du sport plusieurs chapitres d'ouvrages. Dans son étude de l'action collective au titre révélateur *Les règles du jeu*, J.D. Reynaud approfondit les processus de régulation et constate, pour sa part, que□

> *Beaucoup de systèmes sociaux (en tous cas, beaucoup de situations des acteurs dans un système social) peuvent être représentés comme des jeux* [Reynaud, 1989].

La prise en compte la plus tranchée en faveur du modèle ludique est sans doute celle de M. Crozier et E. Friedberg qui ont abondamment mis en évidence les subtils rapports reliant l'acteur et le système, le joueur et la configuration□

> *Le nouvelle problématique que nous proposons,* écrivent-ils*, est fondée sur le concept de jeu. Il ne s'agit pas d'une opposition de vocabulaire mais d'un changement de logique* [Crozier, Friedberg, 1977].

Le credo sonne clair. C'est apparemment toute une pléiade d'auteurs qui assure la défense et l'illustration du jeu. D'où vient alors le malaise□

En réalité, ces déclarations de principe restent fréquemment illusoires. En sciences sociales, ne fait-on pas en effet trop souvent appel au jeu sur un mode métaphorique□ Le fruit ne tient pas la promesse des fleurs. Le jeu ne doit pas en rester au stade des incantations. Il y a là un défi à relever□prendre le jeu au sérieux□l'analyser avec rigueur et méthodologie comme on analyse les autres faits sociaux. C'est le chemin, amorcé par les auteurs précédemment cités, qu'il nous paraît souhaitable de suivre et de prolonger.

À vrai dire, les seuls chercheurs qui se sont sérieusement intéressés aux jeux dans la réalité de leur fonctionnement, ce sont les mathématiciens. Dès le XVIIe siècle, les jeux de société et le jeu de Paume ont été à la source du développement de la théorie des probabilités, notamment□avec B. Pascal, P. Fermat et J. Bernoulli□ particulièrement propices à l'étude de la décision, ils ont également été au XXe siècle, à l'origine de la Théorie des Jeux, sous l'impulsion pionnière de E. Borel et J. von Neumann. Cependant, d'une façon générale, les jeux en eux-mêmes n'ont pas été perçus comme un sujet noble, digne de considération et méritant pleinement une recherche universitaire. En France, les thèses sur les jeux sont rares et les laboratoires qui se consacrent à l'étude du jeu sportif représentent la portion congrue.

L'originale percée mathématique mériterait d'être reprise au bénéfice de l'analyse intrinsèque du jeu sportif et de ses implications sociales. Le jeu et le sport revêtent à nos yeux une importance sociologique de premier plan. Notre hypothèse de travail est que le jeu sportif est profondément lié à son contexte socio-culturel et qu'un éclairage porté sur le premier projettera une nouvelle lumière sur le second. Les valeurs qui caractérisent le sport et sa mise en spectacle sont en résonance étroite avec les grandes tendances des sociétés modernes. Ainsi que l'écrit N. Elias : *la connaissance du sport est la clé de la connaissance de la société* [Elias, Dunning, 1994]. Cette connaissance ne peut-elle pas être enrichie par une analyse mathématique qui autoriserait une véritable radioscopie du fonctionnement du jeu sportif ?

2. DES JEUX OLYMPIQUES AUX JEUX OULIPIQUES

La mathématisation ne va-t-elle pas abolir la magie du jeu ? Ne serait-ce pas risqué de s'encombrer d'un appareil perçu comme pédant dans un domaine où prévalent la fantaisie spontanée et la légèreté primesautière ? Analyser des sujets jugés aussi futiles que le jeu et le sport en recourant aux mathématiques apparaît extravagant à de nombreux auteurs ; aussi peut-il être fructueux d'observer quels résultats a produit le traitement par les mathématiques d'un autre domaine qui leur semblait tout aussi insolite : la création littéraire. Le jeu corporel pourrait-il s'enrichir des avancées du jeu langagier ? Qu'en est-il précisément du Mouvement littéraire, l'*Oulipo*, qui défend la prééminence des contraintes de type formel dans les jeux de langage depuis près d'un demi-siècle ?

2.1 LES IMPERTINENCES DE L'OULIPO

Si la mathématisation des phénomènes physiques, biologiques ou économiques est devenue une banalité, il n'en est pas de même dans tous les domaines. Une résistance notable à cette formalisation s'est manifestée dans le champ poétique et littéraire qui se proclame souvent rétif à toute esquisse de mise en équation. C'est souligner l'impertinence d'un groupe apparemment farfelu tel *l'Ouvroir de Littérature Potentielle* ou *Oulipo* fondé en 1960 par F. Le Lionnais et R. Queneau, qui s'est donné pour tâche la mise en lumière des contraintes logiques et mathématiques qui sont source de création textuelle [Oulipo, 1973 ; 1981]. Le fer de lance de l'Oulipo, ce sont des règles formelles qui jouent quelque peu le rôle d'une axiomatique de la production littéraire. Là où certains auteurs glorifient les jaillissements mystérieux de l'inspiration, les Oulipiens exhibent les configurations rigoureuses d'une mathématisation créative (comme dans *Cent mille milliards de poèmes* de R. Queneau [1961] ou *La Vie mode d'emploi* de G. Pérec [1978]). Cette fabrication contrôlée, cet artisanat maîtrisé se posent comme un anti-hasard. Dans la perspective oulipienne, c'est la contrainte qui donne sens à la liberté et à l'improvisation. C'est précisément le point de vue que nous défendons dans le cas des activités ludiques : le jeu est avant tout un système de règles et ce sont ces astreintes qui lui accordent existence et identité.

On ne peut cependant en rester à cette affirmation trop générale ; il convient d'envisager les conséquences décisives entraînées par les prescriptions de chaque code. Les règles détiennent un pouvoir prédéterminant implacable. Le code de jeu induit un code de conduite. Jouer, c'est se conformer à des normes et à des valeurs portées par un système de conventions ; jouer, c'est accepter de nouer un type particulier de lien social, un type de rapport bien identifié à l'environnement et aux objets. Nous postulons que

chaque jeu repose sur des mécanismes précis et objectivables dont les joueurs n'ont pas nécessairement une claire conscience, mécanismes qui vont nettement orienter leurs comportements et donner un sens à leur pratique.

L'infinie fantaisie des conduites ludiques est en réalité dépendante de structures sous-jacentes impératives qui en influencent clandestinement la manifestation. Ces structures souvent mathématisables du jeu sportif ne sont pas toujours explicitement posées comme elles le sont dans le cas du sonnet, du pantoum ou des innovations oulipiennes, mais elles doivent pouvoir être inférées des codes de jeu et de l'observation des rencontres. On les retrouvera aussi bien dans le cas du volley-ball [Parlebas, 1985-1986] que dans celui des Quatre coins [Parlebas, 1974]. La tâche du chercheur sera précisément d'identifier ces modèles et d'en présenter les caractéristiques objectives liées à l'action motrice ; puis, l'observateur sera invité à replonger ces structures dans leur contexte culturel et à en proposer une double interprétation : praxéologique et sociologique.

Le mouvement du joueur n'est pas un mouvement brownien : les actes des pratiquants, qui paraissent désordonnés à première vue, sont en réalité pré-organisés en profondeur. Les conduites des joueurs de cricket par exemple, qui peuvent paraître incohérentes et dénuées de sens à un observateur néophyte, sont insérées dans un cadre normatif vétilleux qui en prédétermine la réalisation et qui leur attribue une signification manifeste. Les apparents désordres de surface ne sont que la traduction en termes d'action, d'un ordre profond.

2.2 VERS UN OULUPO ?

Cette présence commune de structures formalisées à la source des jeux olympiques et des jeux oulipiques, incite à entrevoir quelque analogie entre ces deux ordres de phénomènes. On pourrait concevoir un « Ouvroir de Ludicité Potentielle » ou « Oulupo » qui, à un niveau beaucoup plus modeste, se proposerait de mettre à découvert les structures formelles qui sous-tendent le fonctionnement des jeux sportifs.

Schématiquement, l'Oulipo s'est donné deux grands objectifs :

- *mettre au jour les contraintes*, parfois cachées, qui régissent certaines œuvres du passé, appelées alors, non sans humour, « plagiats par anticipation » (textes des Grands Réthoriqueurs, de L. Carroll, de R. Roussel…) ;
- *inventer de nouvelles règles formalisables* en les mettant en œuvre dans des créations originales ; on trouve ici des jeux de contraintes renouvelés (lipogramme, palindrome…), des procédures et algorithmes divers (procédure « S+7 »…), des structures mathématiques d'engendrement des textes (permutations, opérations booléennes, bi-carré latin…). C'est là le grand défi de l'Oulipo : créer de la littérature fondée sur des modèles logiques et mathématiques inédits.

Dans le domaine des jeux sportifs, l'ambition, plus limitée, consiste à découvrir les structures formalisables qui sont à la source du fonctionnement des jeux anciens et contemporains. En ce cas, on ne travaille plus sur le langage mais sur l'action motrice. Des obstacles inconnus de l'Oulipo surgissent : les conduites ludosportives ne peuvent pas, comme elles le feraient dans un texte, s'affranchir de l'espace, du temps et des limitations physiologiques des participants. Les conventions ludiques se soumettent ici au double primat des lois biologiques et des lois du monde physique. Les règles du jeu sportif doivent être réalistes et compatibles avec les capacités praxiques des joueurs réels,

en interaction dans un environnement prescrit. Aussi semble-t-il primordial de s'orienter vers l'étude, non pas de jeux imaginaires, mais vers l'étude de jeux sportifs culturellement attestés, qui ont donné lieu à des pratiques sociales reconnues, et cela à toutes les époques et dans tous les pays. C'est aussi en cela que les jeux sportifs recèlent une profondeur sociologique incontestable : les structures d'action qui les sous-tendent ne sont pas dues au hasard mais à des tendances culturelles mettant en œuvre des normes et des valeurs représentatives d'une société d'appartenance. Le jeu est une « plaque sensible » sur laquelle s'impriment des représentations sociales marquantes. Une comparaison interculturelle pourra alors s'appuyer sur une comparaison interludique, notamment sur une batterie de modèles formalisés qui en seront les révélateurs.

Il n'échappera pas que la mise en avant par l'Oulipo de contraintes formelles possède incontestablement un caractère de provocation. Le rigorisme de la formalisation sera d'ailleurs souvent contrebattu sous la plume des Oulipiens eux-mêmes par des échappées teintées d'humour, parfois même par une remise en cause des structures, cette violation de la contrainte (ou « clinamen ») devenant ironiquement, comme le souligne J. Roubaud, la nouvelle contrainte de la production. [Roubaud, 1994] Cette prise de distance humoristique est une précaution inévitable lorsque l'on ose profaner le tabou du prétendu indicible littéraire. Dans le même ordre d'idées, l'analyse rigoureuse du jeu sportif à l'aide de modèles mathématiques paraît sacrilège et aberrant pour beaucoup. Comment peut-on traiter de façon sérieuse un domaine réputé aussi frivole et puéril ? Il faut passer outre le préjugé de futilité ludique profondément enraciné depuis des siècles. La situation est plaisante : on reproche à l'Oulipo de traiter de sujets nobles comme s'il s'agissait de jeux puérils, et à la modélisation du jeu sportif de traiter de jeux puérils comme s'il s'agissait de sujets nobles.

Il va de soi que la démarche modélisante ne prétend évidemment pas épuiser le phénomène ludique ; il sera indispensable de la compléter par d'autres approches de type qualitatif. Cependant, elle reste à nos yeux fondamentale, car c'est elle qui dévoile, précisément, les fondements opérationnels de la pratique. Dans une telle démarche, le recours aux mathématiques n'intervient pas seulement dans le traitement des données, mais plus centralement dans la conception même de ces données. Peut-on développer quelque peu ce qu'apporte cette mise en formes dans le cas des jeux sportifs ? La modélisation mathématique favorise-t-elle la compréhension du fait praxique ?

3. QU'ATTENDRE DE LA MODELISATION ?

On attend du mathématicien qu'il analyse d'un jeu la logique profonde et qu'il organise les jeux de société selon leurs structures mathématiques.

Le projet ainsi annoncé par le mathématicien P. Rosenstiehl est explicite [Rosenstiehl, 1967] ; l'objectif du sociologue des jeux sportifs sera à coup sûr plus modeste sous l'angle mathématique, mais lui aussi pourra prendre en compte la *logique profonde* des jeux. Tout spectateur sait bien que chaque match est unique et différent des autres ; cependant, derrière cette variété infinie, résident des permanences. Sous le désordre de surface règne un ordre en profondeur.

Notre hypothèse est que cette organisation sous-jacente peut être formalisée par des configurations stables, des invariants qui résument les systèmes opératoires pertinents du jeu considéré. Ces systèmes opératoires, nous les appelons des *universaux* car notre hypothèse est qu'on les retrouve de façon universelle dans tous les jeux de

toutes les cultures. Ils expriment la *logique interne* des jeux et représentent, dans plusieurs registres, les modèles dans lesquels cheminent obligatoirement les joueurs et le jeu. Parmi ces universaux, on peut citer par exemple le réseau des communications motrices, le système des scores ou le graphe des changements de rôles. L'objectif est d'élaborer avec rigueur ces modèles, puis d'en exploiter toutes les ressources tant sur le plan de leurs propriétés structurelles que sur celui de leurs prolongements méthodologiques.

Que l'on peut mener une étude des jeux et des sports en s'appuyant sur la modélisation de leurs propriétés mathématisables, voilà notre thèse. Le défi brillamment relevé par l'Oulipo dans le cadre de la littérature montre que cette voie peut être féconde.

La modélisation à orientation mathématique nous paraît être une démarche capitale pour observer et analyser le jeu sportif, pour en comparer les manifestations diversifiées et en évaluer les retentissements multiples. Peut-on dans un premier temps, dégager les principales caractéristiques de la modélisation puis, dans un second temps, illustrer ces différentes caractéristiques par des exemples concrets empruntés aux jeux et aux sports ?

Que peut-on attendre de la modélisation ?

- *Une description simplifiée et formalisée de la situation étudiée* : un modèle se veut un résumé de la situation et non la situation dans sa totalité ; mais un résumé pertinent. Il est souhaitable que ses propriétés formelles apportent déjà une information marquante sur la nature de cette situation.
- *Une simulation opérationnelle qui expose une dynamique de fonctionnement* : une telle simulation doit s'appuyer sur des opérations dont le déroulement et les effets soient contrôlables.
- *Une formalisation qui autorise un traitement objectif des données, et éventuellement une prédiction* : le modèle doit offrir un support opératoire permettant des évaluations et des calculs, débouchant sur des « résultats », si possible sur des anticipations et des pronostics.
- *La possibilité d'une mise en œuvre d'expérimentations en situation de terrain* : cette plongée dans la réalité est aussi une façon de mener à bien certains ajustements et de mettre la validité de ce modèle à l'épreuve des faits.

La modélisation de l'action, au sens très général, a déjà été mise en application par plusieurs disciplines d'obédience mathématique, telles la Recherche Opérationnelle, l'Intelligence Artificielle ou la Théorie des Jeux ; en tant qu'elle propose des modèles d'interaction et de décision, la Théorie des Jeux s'y prête d'ailleurs particulièrement. Plus d'un auteur a perçu cette liaison interdisciplinaire qui offre une solide armature d'appui à l'analyse de l'action, au point que des mathématiciens tels P. Rosenstiehl et J. Mothes, ont intitulé leur ouvrage *Mathématiques de l'action* [Rosenstiehl, Mothes, 1968].

Nous nous proposons ici de recourir pour l'essentiel à la Théorie des Graphes, dans la mesure où celle-ci permet de placer les interactions et l'enchaînement des phases successives d'un phénomène, au cœur du dispositif. Les ressources de cette discipline qui valorise la structure de réseau, n'ont pas toujours été perçues à leur juste place par les chercheurs en sciences sociales, à tel point que dans la revue *L'Homme*,

P. Jorion a pu écrire que les modèles de la Théorie des Graphes sont d'une « banalité affligeante » [Jorion, 1986] ; et cet auteur renforce son propos en affirmant :

> *Mais s'agissant des problèmes qui se posent en anthropologie, c'est en général très artificiellement qu'on les modélise sous forme d'un tel réseau* [Jorion, 1986].

Ce jugement paraît peu réaliste ; il n'est pas sûr qu'il corresponde à une juste appréciation des ressources offertes par la Théorie des Graphes. Tout à l'opposé, de nombreux auteurs novateurs ont souligné de façon particulièrement convaincante la fécondité du recours aux graphes et aux réseaux (cf. [Cl. Flament, 1965 ; A. Degenne, M. Forsé, 1994 ; V. Lemieux, 1999]). Il est à remarquer que le pionnier français des graphes lui-même, également co-fondateur de l'Oulipo, Cl. Berge, a ouvert la voie, par exemple, en mettant en réseau la succession d'aventures qui arrivent aux héros d'un conte de Queneau :

> *Présenté sous forme de graphe bifurquant,* écrit-il, *on y voit apparaître une imbrication de circuits, chemins convergents, etc…, dont on pourrait analyser les propriétés en termes de la Théorie des Graphes* [Berge, 1973].

Cette branche mathématique offre en effet une grande souplesse d'utilisation et se prête à merveille à l'étude des phénomènes relationnels. Les sommets des graphes peuvent représenter parmi d'autres, des joueurs, des équipes, des rôles, des scores ou des espaces ; et les arcs témoignent entre ces sommets d'une relation liée à la situation : relation de voisinage, de succession, d'association, interaction de coopération ou d'opposition… Les graphes et leurs matrices associées offrent ainsi à la modélisation une très large palette d'utilisation, particulièrement propice à l'étude du petit univers de l'interaction qu'est le jeu sportif.

4. UN UNIVERSAL EXEMPLAIRE : LE RESEAU DES COMMUNICATIONS MOTRICES

La modélisation du système des interactions motrices rendues compatibles avec le code de chaque jeu semble une excellente situation-test de la démarche adoptée.

4.1 UN RÉSEAU CANONIQUE

Dans un premier temps, considérons un sport collectif parmi les plus en vogue dans notre culture, le basket-ball, et dressons son système d'interactions motrices potentielles correspondant aux interactions directes et instrumentales nécessaires à l'accomplissement de la tâche des joueurs. Le basket-ball accepte deux types de rapports corporels très différenciés : une relation de coopération entre les membres d'une même équipe (ou *communication motrice*), et une relation d'opposition entre membres des deux équipes (ou *contre-communication motrice*). Nous appellerons « réseau des communications motrices » d'un jeu sportif, le graphe dont les sommets représentent les joueurs et dont les arcs symbolisent les communications et/ou les contre-communications motrices autorisées par la règle et l'esprit de ce jeu. Quelles sont les grandes caractéristiques de ce réseau, lui-même associé à deux relations ?

On est en présence d'un bigraphe G = (X ; R, S) où X est l'ensemble des 10 joueurs, S la relation de Solidarité (communication motrice) et R la relation de Rivalité (contre-communication motrice) (cf. Figure1).

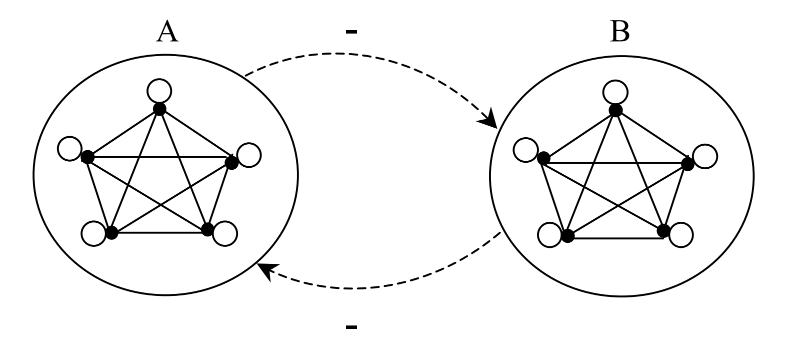
Ce graphe est défini par deux ensembles :

- *un ensemble X de 10 sommets* : qui figure les 10 joueurs, bipartitionné en deux sous-ensembles de 5 sommets chacun, correspondant aux deux équipes A et B.
- $X = A \cup B \qquad |X| = 10 \qquad |A| = |B| = 5$
- *un ensemble de 100 couples de sommets* : le carré cartésien $X \times X$ qui représente toutes les interactions potentielles entre les joueurs. Cet ensemble est lui aussi bipartitionné en deux sous-ensembles, l'un associé à la relation S, et l'autre à la relation R tel que :

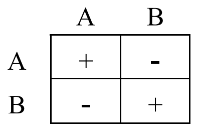
$$R = (A \times B) \cup (B \times A) \qquad |R| = 50$$

et

$$S = (A \times A) \cup (B \times B) \qquad |S| = 50$$



Bigraphe à relations symétriques, exclusif, complet et équilibré



Pavage matriciel en blocs

− - - - - - : relation R de rivalité

+ ——— : relation S de solidarité

$R \cap S = \emptyset$ et $R \cup S = X \times X$

Figure 1. Réseau des communications motrices du basket-ball.
Ce modèle possède une structure de duel d'équipes ,symétrique, très typée.

On observe que chacun des sous-graphes d'ordre 5, A et B, représentant les deux équipes, est une clique K_5 qui illustre une solidarité interne saturée selon S.

Le sous-graphe constitué des arêtes reliant A et B représente un graphe d'arêtes biparti complet (A, B ; R) qui symbolise de façon spectaculaire l'antagonisme absolu entre A et B.

La matrice d'incidence de la Figure1 est une matrice diagonale par blocs dont le « pavage » confirme bien entendu l'absolu antagonisme des deux équipes soudées.

Plusieurs propriétés de ce bigraphe G se font jour :

- Les deux relations R et S sont symétriques :

$$\forall x, y \in X : (x,y) \in S \Leftrightarrow (y,x) \in S \qquad \text{(resp. selon R)}$$

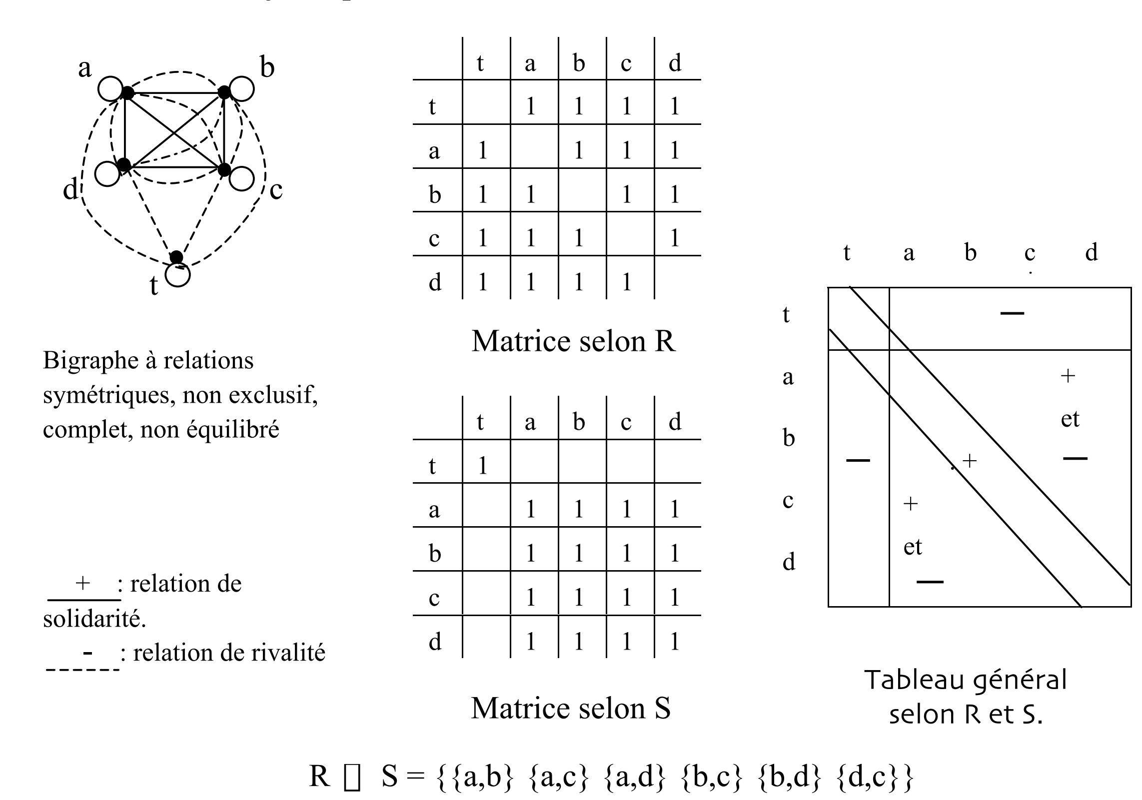
Le bigraphe est à « relations symétriques » : on peut donc remplacer les deux arcs (orientés) reliant deux sommets selon S par une seule arête (non orientée) (resp. selon R).

- Le bigraphe est « exclusif » ; les deux relations sont disjointes : $R \cap S = \emptyset$.
- Le bigraphe est « complet » : $R \cup S = X \times X$.

Autrement dit, la relation de solidarité est localisée dans les deux cliques K_5, et la relation de rivalité dans le graphe biparti complet $K_{5,5}$ qui sépare ces deux cliques. On est donc en présence de deux blocs de même effectif, chacun étant totalement solidaire à l'intérieur, et totalement antagoniste vers l'extérieur : cette structure est le modèle canonique qui définit la propriété « d'équilibre » dans un bigraphe (cf. [Flament, 1965 ; Harary, Norman, Cartwright, 1968]).

Replongé dans son contexte d'action, ce réseau illustre un jeu « à deux joueurs et à somme nulle » selon la terminologie de J. von Neumann, c'est-à-dire un « duel », pour reprendre l'expression plus évocatrice de G. Th. Guilbaud [1954]. Dans le cas d'un sport collectif, nous parlerons d'un duel « d'équipes » pour le distinguer du duel « d'individus » tel qu'on le découvre en escrime ou en sport de combat.

Cette structure du réseau de communication observé dans le basket-ball se retrouve-t-elle dans les autres jeux sportifs ?



	t	a	b	c	d
t		1	1	1	1
a	1		1	1	1
b	1	1		1	1
c	1	1	1		1
d	1	1	1	1	

	t	a	b	c	d
t	1				
a		1	1	1	1
b		1	1	1	1
c		1	1	1	1
d		1	1	1	1

$R \cap S = \{\{a,b\}\ \{a,c\}\ \{a,d\}\ \{b,c\}\ \{b,d\}\ \{d,c\}\}$

Figure 2. Graphe des communications et matrices associées au jeu des Quatre coins.
Ce réseau ambivalent, aux relations enchevêtrées, est aux antipodes du réseau de duel sans équivoque du basket-ball

4.2 UN RÉSEAU « PARADOXAL »

Dans un second temps, considérons un divertissement physique séculaire, apparemment d'une grande simplicité : le jeu des Quatre coins, au cours duquel les interactions ne s'accomplissent pas par l'intermédiaire d'un ballon, mais par l'offre ou la prise de territoires privilégiés (les « coins »). On est en présence d'un bigraphe d'ordre 5.

Il vient : $G = (X ; R, S)$ avec $|X| = 5$.

Dans ce jeu réputé pour sa simplicité – sinon pour sa puérilité – une surprise attend l'observateur. Les relations R et S ne sont pas disjointes : en effet, les joueurs de coin sont à la fois partenaires (ils peuvent s'entendre pour échanger leur coin) et adversaires (ils se disputent le même coin ; ou encore l'un d'entre eux peut feindre d'offrir son coin en échange, puis rebrousser chemin brusquement afin de se réapproprier son refuge convoité par son pseudo-partenaire qui se retrouve Gros-Jean comme devant).

Le bigraphe est *non exclusif* : $R \cap S \neq \emptyset$

Le pavage matriciel de la Figure 2 est révélateur : un joueur, le « frimeur », est opposé à tous les autres qui, face à cet adversaire commun, peuvent ou s'entraider ou se combattre. Les joueurs de coin sont théoriquement des partenaires, mais ils ne peuvent réussir qu'en se disputant entre eux les territoires convoités. Cette présence d'une ambivalence relationnelle entre les quatre joueurs de coin suscite une « double contrainte » au sens de G. Bateson [1977]. Pour réussir, le joueur doit s'emparer d'un coin et il ne peut le faire qu'en prenant la place d'un « partenaire ». Sollicitant conjointement coopération et opposition entre les mêmes participants, cette ambivalence confère à la situation un caractère « paradoxal » qui, loin d'être un obstacle, constitue le sel du jeu.

Les deux paysages ludiques précédents sont très différents l'un de l'autre. Au jeu des Quatre coins, un adversaire, seul de son espèce, est opposé à tous les autres, eux-mêmes à la fois adversaires et partenaires ; au basket-ball, deux équipes semblables sont affrontées en un duel égalitaire. Dans le premier cas, tout participant change fréquemment d'amis ou d'ennemis en cours de jeu ; aucune conduite florentine de ce type dans le second cas où les joueurs restent fidèles à leurs équipiers pendant toute la durée de la partie : le réseau impose d'être rival ou associé, jamais les deux simultanément.

La présentation de ces deux jeux sportifs suggère que les réseaux de communication ludomoteurs peuvent être d'une très grande diversité : ils offrent à ce titre une grille de lecture permettant d'analyser les pratiques de façon différentielle. D'autre part, il est frappant de constater combien les propriétés mathématiques issues de la logique interne des jeux vont prédéterminer en grande partie les conduites des joueurs et être à l'origine de la nature du lien social ainsi suscité.

Une rapide comparaison des réseaux de communication fait éclater leurs différences en soulignant la forme de sociabilité promue par chacun d'eux. On soupçonne qu'il est envisageable d'aller plus loin en approfondissant quelque peu l'analyse. Il n'est évidemment pas possible de présenter ici tous les réseaux de l'immense cohorte des jeux et des sports dont certains sont d'ailleurs plus complexes que les deux précédents. En revanche, il peut être révélateur d'identifier les propriétés mathématiques élémentaires qui leur sont associées et d'en inférer les caractéristiques des représentations sociales susceptibles d'être ainsi mises en action.

5. PROPRIETES DES GRAPHES ET CORRESPONDANCES CULTURELLES

L'une des caractéristiques du sport est la fermeture : fermeture dans l'espace (terrains et dimensions), dans le temps (durée des rencontres), dans l'utilisation des objets et dans les interactions entre joueurs. « C'est la clôture qui fait le jeu » souligne G.Th. Guilbaud

en commentant les apports de la Théorie des jeux [Guilbaud, 1964]. Cette délimitation du champ des échanges que recherchent tant les sociologues des réseaux sociaux en n'y parvenant que bien rarement, s'offre ici sans conteste. Mais il y a encore davantage : le sport impose de façon impérative à ses pratiquants, d'une part les canaux d'interaction utilisables, et d'autre part les types d'interaction – coopératifs ou antagonistes – que l'on doit adopter en empruntant ces canaux.

Avant même de mener une observation empirique de n'importe quel match, nous savons quelle sera la configuration globale des échanges sur le terrain. C'est donc constater que le comportement des joueurs peut ici être expliqué en partie par la structure même du graphe des communications motrices. Les actions des joueurs s'inscrivent de façon inéluctable dans un réseau pré-existant, dans un invariant. La connaissance de ce modèle possède donc un double intérêt : au niveau du joueur, le réseau représente le support indéclinable sur lequel ce joueur sera guidé pour vivre sa propre stratégie ; au niveau de la société, le réseau répond à un choix du groupe social et par là est susceptible de révéler certaines des normes, des valeurs et des représentations de cette communauté.

La structure des jeux apparaît comme le symptôme d'une culture. Dans cette perspective, nous allons tenter de mettre à découvert les propriétés des modèles des jeux sportifs afin d'éclairer les conduites des joueurs et certaines orientations des cultures correspondantes (Figure 4).

5.1 UN FAISCEAU DE PROPRIÉTÉS FONDATRICES

Quelles sont les propriétés des réseaux de communication motrice susceptibles d'éclairer l'analyse et l'interprétation des jeux sportifs ?

5.1.1 *L'interactivité*

Un réseau est interactif quand les pratiquants sont conduits de façon nécessaire à interagir dans l'accomplissement de leur tâche motrice.

Il vient : $R \neq \emptyset$ et/ou $S \neq \emptyset$

C'est le cas d'une pléthore de jeux, traditionnels (les Barres, l'Epervier, la Thèque…) et institutionnels (rugby, tennis, lutte, escrime…). Les réseaux interactifs définissent les *jeux sociomoteurs* dont la logique interne impose des actions entre individus agissants, sous forme instrumentale de coopération (passe, soutien…) ou d'opposition (interception, tir, charge, frappe…).

Un réseau est non interactif quand le jeu sportif ne provoque aucune interaction motrice instrumentale dans l'accomplissement de la tâche.

Il vient : $R = \emptyset$ et $S = \emptyset$

Dans ce cas, on dit que le graphe est « vide » : pas un seul sommet n'est relié à un autre. Le réseau non interactif est un graphe, évidemment non connexe, réduit à sa plus simple expression. Les jeux sportifs correspondants, appelés *jeux psychomoteurs*, sont particulièrement abondants (athlétisme, gymnastique, natation…). Dans ces situations motrices, aucune liaison instrumentale ne relie les acteurs : l'individu agissant est le seul centre d'action et de décision face au monde extérieur. L'univers

de la psychomotricité représente un passage à la limite□ c'est le degré zéro de l'interaction motrice.

L'interactivité suscite ainsi une séparation spectaculaire du champ de la motricité en deux sous-univers radicalement distincts□

Le champ de la psychomotricité qui mobilise la personne seule face au milieu extérieur

Le champ de la sociomotricité qui repose sur l'interaction et la dynamique relationnelle des joueurs.

Les graphes vides sont voués à favoriser la gloire individuelle, alors que les graphes interactifs qui réinsèrent autrui dans la rencontre mettent fréquemment l'accent sur la dimension collective. L'interactivité, très variable de réseau à réseau, est à coup sûr à la source de sociabilités fort différentes.

5.1.2 *Restriction à une relation*

La sociomotricité peut être sollicitée par des jeux ne faisant appel qu'à une seule des deux relations. Ces pratiques ludosportives possèdent alors des contenus relationnels opposés qui donnent lieu à deux types de réseaux□

- *Les réseaux strictement coopératifs.* Seule, la relation S de solidarité est mobilisée. On obtient alors des jeux purement positifs (cordée d'alpinisme, kayak en équipe, raft, équipage de voilier…).

Il vient□ $S \neq \emptyset$ et $R = \emptyset$

Dépourvus de contre-communication motrice, ces jeux semblent manifestement propices au développement d'une sociabilité d'entraide et d'amitié.

- *Les réseaux strictement compétitifs.*

Il vient□ $R \neq \emptyset$ et $S = \emptyset$

Dans ces jeux de stricte opposition, l'interaction est fondée sur l'antagonisme. Certains d'entre eux, les duels d'individus, ne mettent en lice que deux adversaires (boxe, escrime, squash, Quinet, Court-bâton …)□ d'autres provoquent l'affrontement d'une grande quantité de joueurs, chacun étant opposé à chacun et luttant pour son propre compte (courses d'athlétisme, marathon, courses de moto, régates en mono…).

Ce type de réseau qui ne s'appuie que sur la contre-communication, exalte la compétition et ses valeurs de domination.

5.1.3 *L'exclusivité*

- *Un bigraphe est exclusif* quand ses deux relations sont disjointes.

Il vient□ R □ $S = \emptyset$

Il s'ensuit que deux joueurs ne peuvent jamais être en même temps partenaires et adversaires. Toute ambiguïté relationnelle simultanée est donc absolument récusée (même dans le cas où le réseau est instable). Là encore, tous les sports satisfont à cette exigence (rugby, boxe, badminton, hockey, fleuret…) de même que de nombreux jeux traditionnels (Double drapeau, Sept cailloux, Gendarmes et voleurs, Ours et son gardien…).

- *Un bigraphe est non exclusif ou ambivalent* quand l'intersection de ces deux relations n'est pas vide.

  $R \cap S \neq \emptyset$

Dans cette formule, deux joueurs peuvent se retrouver à la fois solidaires et antagonistes. Nous avons déjà observé cette situation dans le jeu des Quatre coins dont la logique interne autorise deux joueurs de coin à s'échanger ou à se disputer leur territoire (cf. Figure 2).

Cette non exclusivité entraîne une ambivalence relationnelle qui dote ces jeux d'un climat spécial, en rupture totale avec le climat des sports académiques. Elle définit la classe des jeux « paradoxaux », totalement ignorée des fédérations sportives, mais bel et bien présente dans les jeux traditionnels (Quatre coins, Balle assise, Gouret, Accroche-décroche, Galine, Trois camps…). Nous retrouverons l'originalité de la « double contrainte » suscitée par ces jeux ambivalents en examinant par la suite les Trois camps.

La propriété d'exclusivité connote la loyauté des échanges ; elle s'oppose à la duplicité du double jeu, à la « trahison » répétée de pseudo-partenaires. Sa présence est un impératif catégorique du sport.

5.1.4 *La stabilité*

- *Un réseau est stable* quand les relations de solidarité S et de rivalité R restent invariantes pendant toute la durée de la rencontre. La stabilité ne prend son plein sens, bien entendu, que si les deux relations R et S sont exclusives, condition que nous supposons vérifiée ici. L'ami d'un joueur ne devient pas brutalement son ennemi ; les pratiquants ne tournent pas casaque. Cette propriété exclut le renversement d'alliance.

  Un joueur garde donc les mêmes partenaires et les mêmes adversaires d'un bout à l'autre de la partie : il ne change jamais de camp. Appartiennent à cette catégorie tous les sports, sans exception (basket-ball, tennis, escrime, course de relais…), mais aussi un certain nombre de jeux traditionnels (Barres, Béret, Balle au capitaine, Voleur de pierres, Balle au prisonnier…).

- *Un réseau exclusif est instable* quand les relations R et S ne restent pas invariantes tout au long du déroulement de la rencontre. Cette caractéristique, qui paraît choquante aux yeux d'un habitué des matchs sportifs, est fréquente dans les jeux traditionnels. Dans une partie d'Epervier ou de Mère Garuche, le joueur « touché » change brusquement de camp et se joint à la chaîne qui va faire obstacle à ses compagnons de la minute précédente. À l'Ours et son Gardien, chaque prise d'un chasseur provoque une permutation des rôles qui renverse les liaisons de solidarité et d'hostilité entre les participants ; un joueur chaleureusement protégé par un partenaire va se mettre à le harceler quelques instants plus tard.

  Au trait de stabilité sont souvent associées des connotations de loyauté et de fidélité. Le sport fuit les changements de camp, l'instabilité relationnelle qui conduit les pratiquants à tourner casaque. Cette sorte de « double jeu » et d'inconstance est bannie par l'institution sportive qui recherche un modèle de rencontre d'une grande pureté symbolique.

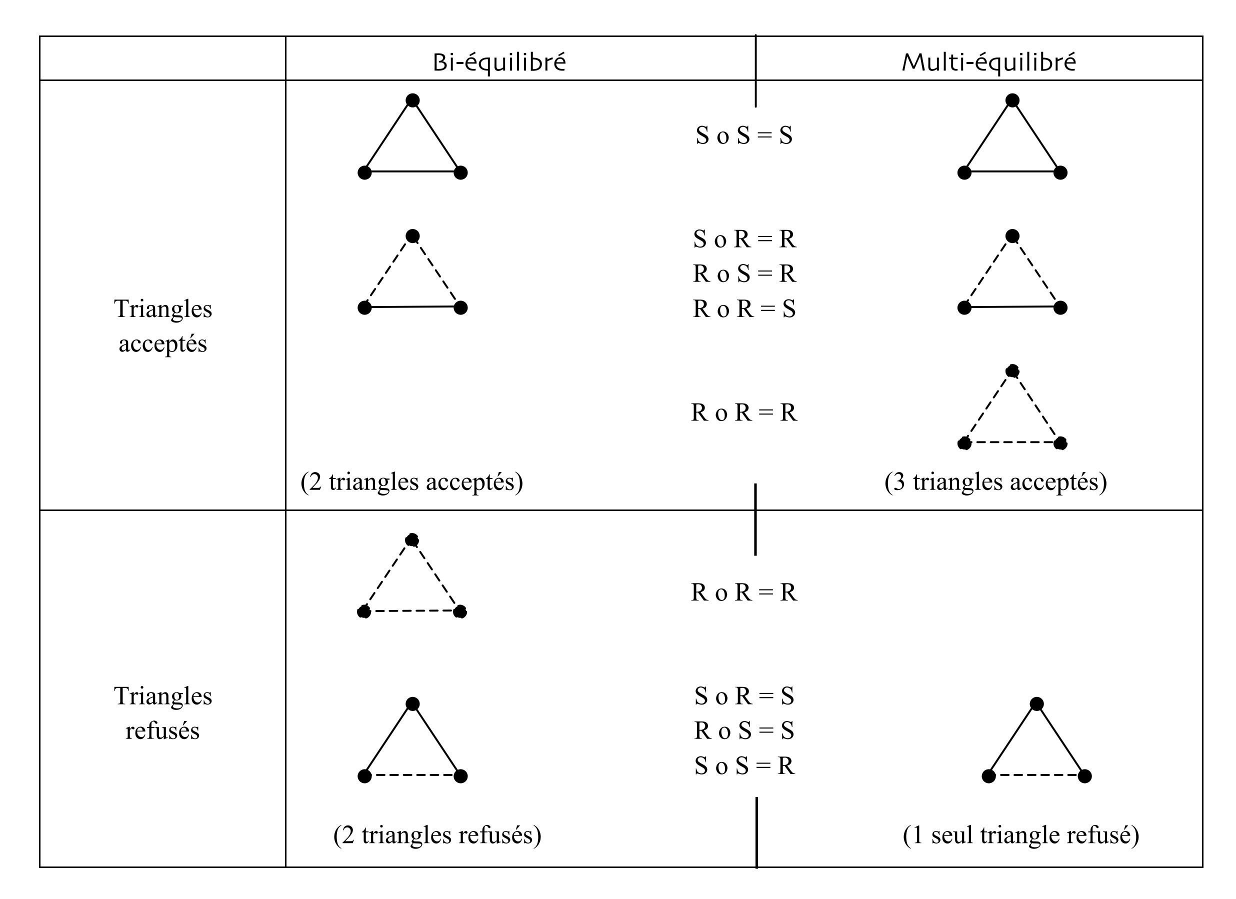


Figure 3. Triangles acceptés et triangles refusés dans des bigraphes équilibrés
(4 cas possibles de triangles).C'est le triangle à 3 arêtes négatives qui crée l'unique différence

5.1.5 *L'équilibre*

- *Un graphe complet est équilibré,* selon la définition classique, quand tous ses cycles sont de signe positif : le signe d'un cycle s'obtient en multipliant le signe de toutes ses arêtes de proche en proche, en suivant la « règle des signes » classique. Un cycle est donc positif s'il contient un nombre pair d'arêtes positives, et négatif s'il en renferme un nombre impair.

Cette propriété est particulièrement importante, car elle met en évidence le partage d'un graphe selon ses grandes plages d'antagonisme et de solidarité. Proposée par F. Heider dans le domaine des attitudes psychologiques en 1946, elle a été, depuis, approfondie par de nombreux auteurs, notamment par F. Harary (1956) [Harary, 1968) et par Cl. Flament (1963) [Flament, 1965], sous l'aspect de la formalisation mathématique applicable aux phénomènes sociaux.

La plupart des bigraphes des jeux sportifs étant exclusifs et complets ($R \cup S = X \times X$), il est alors pratique de s'appuyer sur les cycles les plus courts, c'est-à-dire sur les triangles. Ainsi que l'a montré C. Flament, un tel bigraphe est équilibré si tous ses triangles sont positifs, et non-équilibrés s'il recèle un ou plusieurs triangles négatifs. Cette définition admet deux triangles équilibrés parmi les quatre types possibles (cf. Figure 3).

En reprenant les résultats avancés par les chercheurs précédents mais en les élargissant, nous avons proposé une définition moins stricte de l'équilibre : *un bigraphe, exclusif et complet, est équilibré si et seulement si on peut partitionner ses sommets en plusieurs sous-groupes de telle sorte que les arêtes intra-sous-groupales*

soient toutes positives, et les arêtes inter-sous-groupales toutes négatives [Parlebas, 1986, 2002].Cette nouvelle définition, moins restrictive, admet la présence d'un nombre de coalitions supérieur à 2 ; elle accepte les triangles à trois arêtes négatives (cf. Figure 3).

On peut ainsi distinguer deux cas d'équilibre :

- *Le bi-équilibre* : qui oppose deux coalitions exactement. C'est le cas du duel d'individus ou du duel d'équipes ; c'est aussi le cas d'un duel « dépareillé » opposant deux coalitions disparates : par exemple, un (ou plusieurs joueurs) contre tous les autres.

Cette structure de communication qui exalte l'affrontement absolu de deux adversaires aux intérêts diamétralement opposés, connaît un grand succès dans le sport : escrime, tennis, sports de combat, sports collectifs ; le graphe du basket-ball de la Figure 1 en fournit une illustration éclairante. Les jeux traditionnels empruntent assez souvent ce schéma (les Barres, la Balle au prisonnier, la Délivrance, le Drapeau, les Voleurs de pierres…), mais n'en dédaignent pas pour autant d'autres plus ambigus (jeux paradoxaux).

Il convient d'ajouter un cas trivial de l'équilibre : quand le bigraphe est restreint à la seule relation de coopération (le graphe devient alors une clique ou une juxtaposition de cliques comme dans le cas des jeux strictement coopératifs).

- *Le multi-équilibre* : qui oppose, entre eux tous, plus de deux sous-groupes. Cette configuration généralise le cas du duel, à n équipes ; elle accepte le triangle dont toutes les arêtes sont négatives (triangle qui relie négativement trois coalitions, et qui est refusé dans le bi-équilibre) (cf. Figure 3).

Tout comme les jeux traditionnels, le sport connaît l'intrusion des triades négatives ; toutes les compétitions qui opposent plus de deux coalitions (individus ou équipes) sont bâties sur ce modèle : courses d'athlétisme, de vélo, de moto, relais de natation, régates…

- *Les bigraphes déséquilibrés.*

Certains jeux traditionnels possèdent des réseaux originaux recélant des triplets déséquilibrés, pour beaucoup fondés sur des bigraphes non exclusifs : deux joueurs doivent s'entraider pour gagner, mais pour gagner ils doivent aussi se combattre. Cette non-exclusivité multiplie les cycles non équilibrés (les Trois camps, la Balle assise, les Quatre coins, le Gouret…). Une telle ambivalence fait basculer le jeu dans un univers ludique très différent de celui du sport

La propriété d'équilibre dote le réseau des communications d'une belle transparence et d'une grande lisibilité. Elle découpe l'univers des pratiquants en coalitions franches et nettement tranchées. La compétition peut se lire à livre ouvert. Les duels et les affrontements en multi-coalitions représentent sans doute les modèles qui se prêtent le mieux à une compétition susceptible de produire un spectacle de masse, ostentatoire, accessible à des néophytes et facilitant la projection émotive.

5.1.6 *La symétrie*

Un réseau est symétrique quand il admet une partition en plusieurs coalitions de même effectif, respectivement dotées des mêmes caractéristiques pertinentes. La symétrie « de réflexion » offerte classiquement par un objet et son image dans le miroir, est abondamment illustrée par le duel sportif opposant deux individus ou deux équipes dont les joueurs en nombre égal possèdent les mêmes statuts et les mêmes équipements.

Propriété du réseau	Caractéristiques structurales	Correspondances relationnelles et sociales
Interactivité motrice	• R ≠ Ø et/ou S ≠ Ø réseau interactif jeu **sociomoteur**	*Valorisation de la dimension collective*
	• R = Ø et S = Ø réseau non interactif jeu **psychomoteur**	*Valorisation de la dimension individualiste*
Restriction à une relation	• S ≠ Ø et R = Ø jeu **strictement coopératif**	*Exaltation de l'entraide et de la coopération*
	• S = Ø et R ≠ Ø jeu **strictement compétitif**	*Exaltation de l'antagonisme et de la domination*
Exclusivité	• R □ S = Ø réseau **exclusif**	*« Pureté » des relations, des liaisons sans mélange* *Refus du « double jeu »*
	• R □ S ≠ Ø réseau non exclusif jeu **paradoxal**	*Ambivalence des relations* *Réseau favorable à la « trahison », à la ruse, au double jeu, à l'humour*
Stabilité	• R et S invariantes réseau **stable**	*(dans le cas d'exclusivité)* *Loyauté et fidélité dans les alliances* *Les joueurs ne tournent pas casaque*
	• R et S soumises à variation réseau **instable**	*Capacité à changer de camp* *Adaptabilité et opportunisme*
Equilibre	• **bi-équilibré** : duel d'individus ou d'équipes R _ S = S _ R = R R _ R = S _ S = S • **multi-équilibré** : affrontement de coalitions (d'individus ou d'équipes) en plus : R _ R = R	*Transparence de l'affrontement et grande lisibilité de la rencontre.* *Spectacle de masse favorisé*
	• **déséquilibré** S _ R = R _ S = S S _ S = R	*Confusion et incohérence des relations* *Ambivalence paradoxale et jeu de dupes*
Symétrie	• **duels symétriques** : 2 coalitions (individus ou équipes) • multi-affrontements symétriques (3 coalitions ou davantage)	*- Affrontement équitable* *- Egalité des chances* *- Incertitude du résultat*
	• **duels dissymétriques** • multi-affrontements dissymétriques	*- Adversaires « dépareillés »* *- Affrontement inégalitaire* *- Exploitation ingénieuse et inventive des différences*

Figure 4. Correspondances entre les propriétés structurales des réseaux de communication et les caractéristiques relationnelles et sociales qu'elles valorisent

Les mathématiciens ont proposé de généraliser cette symétrie bilatérale en symétrie «multilatérale» pourrait-on dire, dans la mesure où elle s'élargit à 3, 4, 5… n sous-ensembles de référence. Dans le cas des jeux sportifs, ces sous-ensembles de référence sont les sommets du réseau, c'est-à-dire les coalitions qui s'affrontent (individus ou équipes). Ces nouvelles symétries au sens élargi sont obtenues «□par rotation□□□on peut aisément réaliser une disposition géométrique de ces n coalitions (en triangle, carré, pentagone, hexagone…) qui permet d'obtenir ces mouvements de symétrie, par unité de rotation de 360 °/n, en s'appuyant sur le centre de rotation de la figure (groupe cyclique d'automorphisme laissant la configuration invariante). Ces déplacements montrent que les multiples sommets-coalitions du réseau sont respectivement superposables, donc équivalents.

Une telle généralisation de la symétrie s'avère très intéressante, car elle va permettre d'étendre à tous les réseaux de coalitions ainsi auto-superposables le trait égalitaire associé à la symétrie. Cette propriété pourra intervenir dans de multiples configurations mettant en opposition un grand nombre d'individus ou d'équipes. Les jeux sportifs accueillent abondamment de tels réseaux de coalitions□ courses d'athlétisme, cross, courses cyclistes, relais, régates, planche à voile, Trois camps…

Nous pourrons ainsi distinguer deux types de réseaux□

Les réseaux symétriques (duels ou coalitions multiples)□*de caractère égalitaire*, ils placent les adversaires dans des conditions semblables, accordant ainsi à tous théoriquement au départ, l'égalité des chances. Le sport en est le domaine de prédilection.

Les réseaux dissymétriques (duels ou coalitions multiples)□ *de caractère inégalitaire*, ils opposent des adversaires détenteurs de droits et de pouvoirs non similaires. À cette disparité des statuts peuvent correspondre, soit des probabilités respectives de réussite du même ordre (Quinet, Quatre coins, Accroche-décroche), soit des chances franchement supérieures accordées à un joueur ou à une équipe (Epervier, Mère Garuche, Esquive-ballon, Balle au chasseur…). Dans ce dernier cas, l'intérêt du jeu réside davantage dans les péripéties des interactions que dans le résultat, acquis d'avance□ces types de réseaux s'observent souvent dans les jeux traditionnels.

La propriété de symétrie revêt en sport une importance de premier ordre, car elle signifie l'équivalence des conditions de départ affectant les joueurs en confrontation□ elle symbolise ainsi *l'égalité des chances* posée comme principe de base de l'affrontement. Un réseau symétrique apparaît donc comme un réseau égalitaire. Et dans le sport, cette égalité de principe est fondatrice□c'est elle qui légitime la confrontation, ménage le suspense et confère toute sa valeur à la victoire.

Il est patent que la symétrie des réseaux prend une importance décisive, tant dans les formes instrumentales des comportements de jeu que dans la symbolique de la rencontre. La mystique de l'égalité – ou de la supériorité finale – en sera indissociable.

5.2. LES JEUX, MIROIR DE LEUR SOCIÉTÉ

Ces différentes propriétés des réseaux, que nous venons d'isoler par souci de présentation, entrent souvent en interférence et se conjuguent de façon variable selon les jeux sportifs (l'équilibre avec la symétrie ou la dissymétrie, l'exclusivité avec la

stabilité ou l'instabilité…). Si notre hypothèse de liaison entre ces caractéristiques formelles et les représentations sociales dominantes est fondée, nous devrions pouvoir mettre en évidence que les institutions ont choisi et regroupé ces caractéristiques afin de produire les effets idéologiques escomptés. Testons cette hypothèse en prenant en compte le corpus exemplaire des Jeux Olympiques qui se veulent la vitrine des loisirs corporels de notre époque.

Il va de soi qu'on ne confond pas une partie de ping-pong, un set de tennis, un assaut d'escrime et un combat de boxe, mais nous constatons que leurs réseaux d'interaction respectifs sont tous isomorphes. Au-delà de différences évidentes (distance de garde, accessoires utilisés, violence des contacts, terrain partagé ou territoires inviolables…), la logique profonde de chacun de ces sports est d'être un jeu à deux joueurs et à somme nulle, c'est-à-dire un duel d'individus. Le modèle mathématique sous-jacent renvoie à une situation sociale d'affrontement absolu, à grande portée affective et symbolique. Quant aux sports collectifs olympiques, ils sont tous homomorphes, c'est-à-dire identiques aux effectifs près□ce sont des duels d'équipes aux modèles équivalents dont nous avons noté les caractéristiques exacerbées. Et, in fine, si l'on considère chaque équipe comme un super-joueur réduit à un seul sommet du graphe, tous ces duels d'équipes deviennent isomorphes au duel d'individus□

Sur l'ensemble des réseaux d'interaction des sports des Jeux Olympiques, le résultat est donc stupéfiant. Alors que la combinatoire des possibles est immense, un seul cas général est attesté□tous les graphes sont exclusifs, stables, équilibrés et symétriques, tous sans aucune exception (cf. Figure 5). Les réseaux sont tous des duels (duels d'équipes ou duels d'individus) ou des affrontements de coalitions (c'est le cas des jeux à n joueurs et à somme non nulle, telles les courses). Une constellation de propriétés aussi dense et aussi orientée ne peut être due au hasard. En promouvant les jeux sportifs qui font vivre intensément ces réseaux, les Institutions tendent manifestement à exalter les valeurs qui leur sont communément associées□le respect des règles et d'un arbitrage extérieur, l'égalité des chances, la fidélité, la fraternité, la compétition loyale, les hiérarchies dites «□naturelles□», le mérite des plus forts.

Une telle configuration de propriétés ne serait-elle pas banale et finalement inéluctable si l'on désire obtenir un jeu sportif motivant et vraiment jouable□ Qu'observe-t-on si l'on soumet les jeux sportifs non institutionnalisés à cette batterie de caractéristiques□

Les réponses ne sont plus monolithiques mais au contraire, très diversifiées. Ainsi que l'illustre la Figure 5, certains jeux traditionnels s'alignent sur le modèle des sports collectifs (les Barres), d'autres s'y opposent, sur de nombreux points (les Trois camps, la Balle assise) ou sur tous les points (les Quatre coins, la Galine).

Indiscutablement, une foule de jeux récusés par les Institutions mettent en avant d'autres valeurs□le libre choix individuel hors de la pression d'une équipe, le double jeu, la ruse, la volte-face, la non recherche d'une hiérarchie, l'ambiguïté relationnelle, l'humour… Choisir un lot précis de jeux sportifs, c'est mettre en avant les pratiques corporelles par lesquelles on désire être représenté, c'est valoriser l'image de la société que l'on société.

Caractéristiques / jeux sportifs		Propriétés du réseau des interactions motrices					
		exclusivité	stabilité	équilibre	symétrie	Duel ou affrontement de coalitions	Jeu paradoxal
Basket		1	1	1	1	1	0
Tous les sports olympiques (sports collectifs, escrime, sports de combat, relais...)		1	1	1	1	1	0
Quelques jeux sportifs traditionnels	Le jeu de Barres	1	1	1	1	1	0
	Les Quatre coins	0	0	0	0	0	1
	Les Trois camps	1	1	0	1	1	1
	La Galine	0	0	0	0	0	1
	La Balle assise	0	0	0	1	0	1

Figure 5. Mise en regard de différents types de jeux sportifs avec les propriétés de leur réseau d'interaction motrice

Les sports olympiques sont unanimes dans la possession de caractéristiques très orientées, alors que les jeux traditionnels offrent une palette beaucoup plus contrastée et diversifiée. Il y correspond respectivement des valeurs et des représentations sociales fort différentes

6. LE RESEAU DES INTERACTIONS DE MARQUE

Dans tout jeu sportif, les participants tentent d'atteindre certains objectifs précis qui sanctionnent leur réussite : marquer un but ou un essai, prendre pied sur un territoire, toucher un adversaire, porter une prise, délivrer un prisonnier… Ces interactions recherchées sont les actes privilégiés du réseau de communication, qui provoquent objectivement une modification de la « marque » ou une redistribution des rôles. Un gain de points est souvent associé à ces interactions réussies et est alors comptabilisé dans la « marque » du joueur ou de l'équipe concernés.

6.1 CE QUI COMPTE, C'EST CE QUI SE COMPTE

Ces gains s'inscrivent à l'intérieur d'un réseau global qui pré-organise toutes les actions gagnantes possibles. On obtient ainsi un nouvel universal, le réseau des « interactions de marque », autrement dit le graphe dont les sommets représentent les joueurs ou les équipes et dont les arcs reliant ces participants sont les interactions de marque, de coopération ou d'opposition, prévues par la règle. Ce graphe est nécessairement un graphe « partiel » du graphe des communications motrices envisagé dans les pages précédentes.

Les interactions de marque représentent les événements qui font évoluer la situation ludomotrice : le « panier » marqué au basket modifie le score, la prise d'un coin par le trimeur des Quatre coins provoque un changement de rôle. L'issue d'une

rencontre sportive est symbolisée par un « score » qui juxtapose les interactions de marque respectivement accumulées par les adversaires. En sport, ce qui compte, c'est ce qui se compte.

En quoi cette modélisation peut-elle être éclairante ?

Le réseau des interactions de marque met en évidence les actes majeurs de chaque jeu, puis peut favoriser des comparaisons entre pratiques débouchant notamment sur des comparaisons interculturelles. Comparons sous cet angle, par exemple, les sports modernes développés au cours du XXe siècle, aux jeux sportifs traditionnels qui se sont épanouis de la Renaissance au XIXe siècle.

En premier lieu, examinons les traits des réseaux de marque des sports collectifs des Jeux Olympiques. Là encore, tous ces réseaux sont homomorphes à celui du basket (cf. Figure 6). Ce modèle enregistre la disparition des interactions de coopération : la relation de marque M^- ne prend en compte que l'antagonisme. Le bigraphe initial du basket ($G = (X ; R, S)$) se réduit au graphe biparti ($G = (K_{5,5} ; M^-)$) qui témoigne de l'affrontement « à somme nulle » entre les deux équipes adverses dont les cliques internes de solidarité ont totalement disparu de la marque. Un tel constat est décapant : il révèle crûment que c'est l'opposition et non la coopération qui est au cœur de la confrontation sportive. L'entraide y tient un rôle non négligeable bien entendu, mais la modélisation invite à conclure que la coopération n'y est qu'un sous-produit de l'opposition.

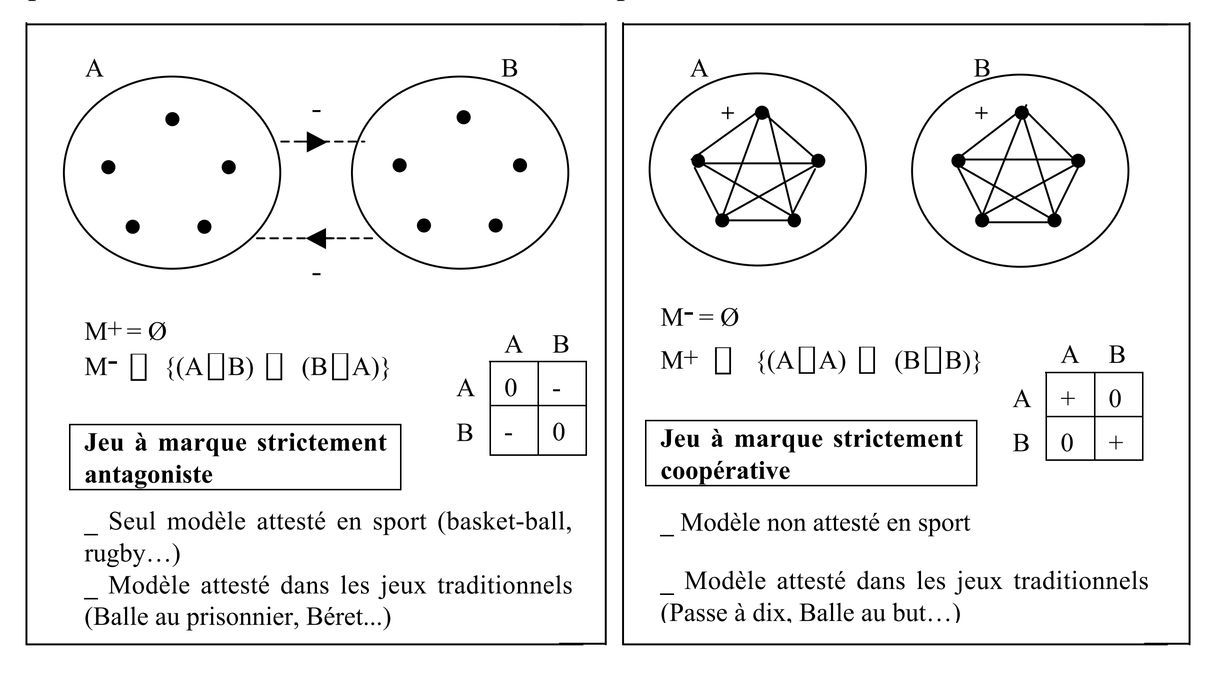
Cet universal est cruellement éloquent : aucun jeu sportif institutionnel, quel qu'il soit, n'accorde de valeur marquante aux interactions de solidarité. Dans le sport, la raison du plus fort est toujours la meilleure. Un constat aussi massif ne prend-t-il pas abruptement à contre-pied les sempiternelles affirmations moralisatrices glorifiant dans le cadre du sport, l'entraide et la coopération ?

En second lieu, la modélisation permet de mener des comparaisons interludiques. Les jeux traditionnels ne se limitent pas au modèle du duel d'équipes et offrent une palette beaucoup plus ouverte au sein de laquelle on peut distinguer quatre grandes catégories (cf. Figure 7) :

- *Les jeux à marque strictement antagoniste* ($M^+ = \emptyset$). Seule, la contre-communication motrice M^- est prise en compte dans la marque (Drapeau, Béret, Epervier…). Le sport ne connaît exclusivement que ce modèle (cf. Figure 7).
- *Les jeux à marque strictement positive* ($M^- = \emptyset$). Seule, la coopération y est glorifiée (Passe à dix, Ballon-capitaine…).
- *Les jeux à marques mixtes exclusives* ($M^+ \cap M^- = \emptyset$). Solidarité et rivalité se partagent les honneurs de la marque mais en restant toujours disjointes (les Barres, Balle aux prisonniers, Gendarmes et voleurs…).
- *Les jeux paradoxaux dans lesquels les marques positive et négative ne sont pas exclusives* ($M^+ \cap M^- \neq \emptyset$). L'ambivalence des marques va consacrer le caractère paradoxal des interactions et des méta-communications qu'une telle ambiguïté engendre (Quatre coins, Balle assise, Galine, Trois camps…). Les jeux paradoxaux sont totalement bannis du sport.

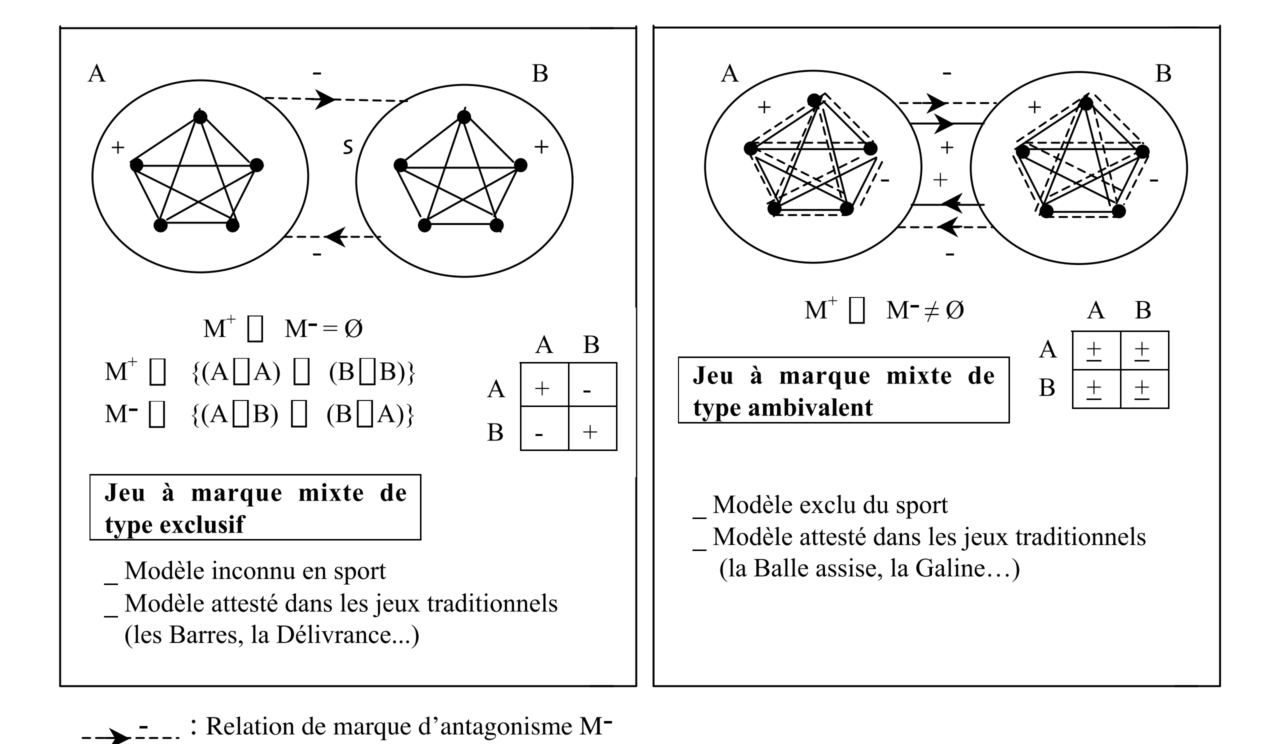
La répartition de la solidarité et de la rivalité de marque ne va pas de soi ; elle correspond à des choix et à des enjeux qui cristallisent les conceptions du lien social qui ont déjà été évoquées à propos des réseaux de communication et que nous ne développerons pas à nouveau (cf. Figure 4). Là encore, la modélisation met à découvert

le dessous des cartes et dévoile certains ressorts cachés, révélateurs de discordances profondes entre le manifeste et le latent des représentations sociales.



	A	B
A	0	-
B	-	0

	A	B
A	+	0
B	0	+



	A	B
A	+	-
B	-	+

	A	B
A	±	±
B	±	±

- : Relation de marque d'antagonisme M-

+ : Relation de marque de coopération M+

Figure 6. Quatre grandes catégories de réseaux d'interactions de marque.

Sur le plan capital de la marque, l'institution sportive ne promeut que des jeux strictement antagonistes. En revanche, les pratiques traditionnelles y ajoutent des jeux strictement coopératifs et des jeux entremêlant la solidarité et la rivalité (de façon exclusive ou ambivalente). Le mode de présentation du 4e modèle (bigraphe ambivalent et complet) est destiné à faciliter la comparaison des différents réseaux.

a) *Le système et sa structure*

À plusieurs reprises, nous avons rencontré des jeux au cours desquels deux pratiquants quelconques peuvent être simultanément partenaires et adversaires. Cette étrange ambivalence n'est pas une simple anecdote, car elle impose sa présence dans de très nombreux jeux traditionnels. Il s'agit là d'un « trait distinctif » dans l'ensemble des jeux sportifs, car les sports, institutionnels, férus d'appartenance pure et sans équivoque, l'ont totalement exclue de leur univers.

L'ambivalence ludique connaît des modalités et des degrés d'implication variables. Dans le cas le plus habituel, elle surgit en fonction des décisions des joueurs ; un joueur de Quatre coins ou de Balle assise peut ainsi décider d'en rester au premier degré et d'interagir avec les autres directement sur un mode antagoniste, sans subtilité relationnelle, par simple prise de coin ou par tir de volée. Cependant, il existe des jeux dont la logique interne ne laisse pas le choix et impose l'ambivalence à tout joueur qui n'en peut mais. C'est le cas du jeu des Trois camps dont le graphe des interactions de marque paraît, de prime abord, bien anodin. La situation semble claire ; on est en présence de trois équipes détenant un droit de prise circulaire : les « Renards » (R) peuvent capturer les « Poules » (P) ; celles-ci peuvent s'emparer des « Vipères » (V), et ces dernières peuvent à leur tour faire prisonniers les Renards, ce qui ferme la boucle (cf. Figure 7). Un 3-circuit d'antagonisme relie donc ce trio d'équipes. Tout joueur touché devient prisonnier et doit se rendre dans le camp de ses prédateurs, puis tendre le bras afin de pouvoir être délivré par un de ses partenaires. D'une grande clarté, ce schéma semble sans surprise. Cependant, sur le terrain, après quelques péripéties, les joueurs apparaissent décontenancés, sont en pleine effervescence et ne savent plus comment agir. Que s'est-il donc passé ?

La modélisation du graphe des marques donne la clef de l'énigme (Figure 7). Considérons le Renard : il doit capturer la Poule ; mais celle-ci peut capturer la Vipère qui menace précisément ce Renard. Autrement dit, en capturant la Poule, le Renard se prive de son seul défenseur face à la Vipère qui a tout pouvoir sur lui. Plus le Renard accumule les victoires en s'emparant des Poules, plus il conspire à sa perte.

Il vient : $((R, P) \in M^-) \wedge ((P,V) \in M^-) \Rightarrow (R,V) \in S^+$

Finalement, la victime-Poule que le Renard-prédateur doit capturer pour gagner est le seul défenseur pouvant protéger ce Renard de la Vipère. La composition des pouvoirs de marque de 1er degré (M^-) suscite ainsi une relation d'entraide de 2e degré (S^+) de méta-coopération, en totale contradiction précisément avec ce pouvoir de marque !

En prenant en compte les trois équipes, il vient aussi :

$((P,V) \in M^-) \wedge ((V, R) \in M^-) \Rightarrow (P,R) \in S^+$

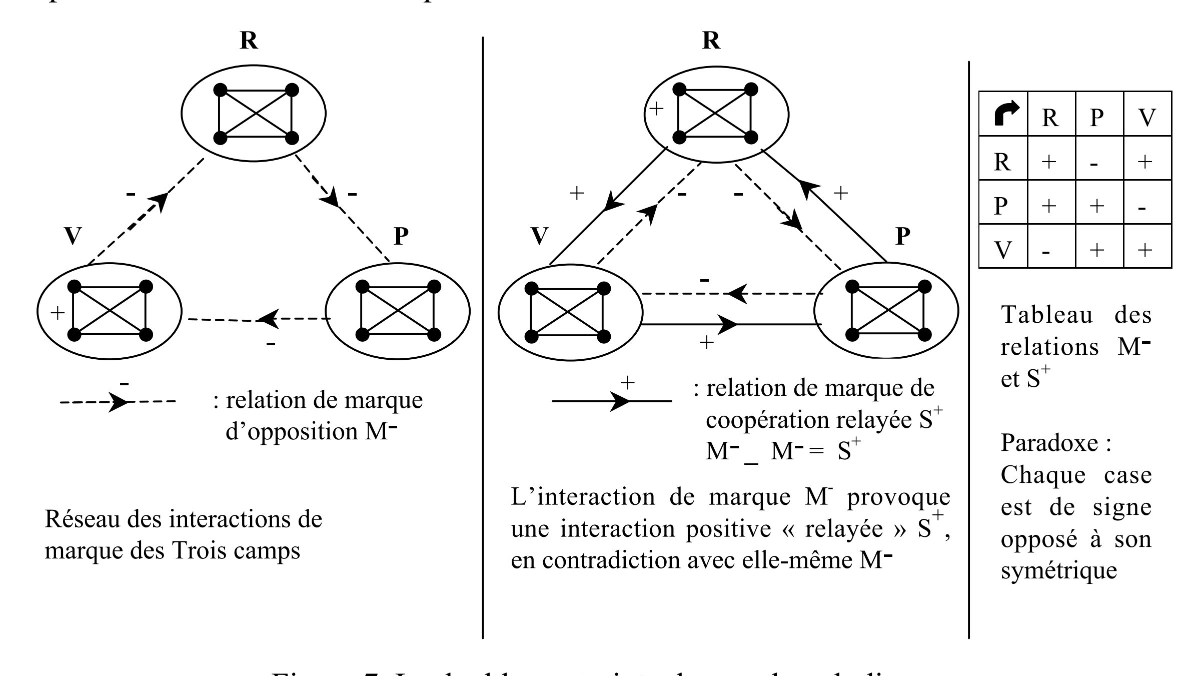
$((V,R) \in M^-) \wedge ((R,P) \in M^-) \Rightarrow (V,P) \in S^+$

soit : $M^- _ M^- = S^+$

Dans ce graphe-cycle d'ordre 3, en étant le relais de 2 arcs négatifs le joueur V, par exemple, fait surgir un arc positif entre P et R ! En capturant V, P sauve R : on est en présence d'une relation ternaire P(V)R qui prend à contre-pied la relation binaire. Cette relation ternaire de méta-coopération est à la source du « paradoxe» ludique. Le réseau devient déséquilibré et suscite un « effet pervers », c'est-à-dire un « *résultat non*

intentionnel d'actions intentionnelles » pour reprendre la formulation de R. Boudon [1979]. En faisant ce qui est prescrit pour gagner, le joueur concourt sans le vouloir à sa défaite. Cet effet pervers apparaît comme une illustration de la « double contrainte » analysée par G. Bateson [1977] : l'individu est sollicité par deux injonctions contradictoires et toutes deux impératives : capturer son adversaire et ne pas le capturer. Jeu à somme non nulle, le jeu paradoxal est, sous cet angle, aux antipodes du duel du sport, jeu à somme nulle.

Ce système d'interaction générateur de double jeu, de traquenards possibles, de duplicité et d'alliances fugaces, est un remarquable contre-exemple du sport qui se veut un modèle de loyauté et de pureté cristalline. Le jeu des Trois camps est un exemple canonique de jeu paradoxal illustrant le cas où l'effet pervers est une propriété du jeu et non une propriété du joueur. Ici, c'est la logique interne du jeu qui provoque le sentiment d'illogique ressenti par les joueurs. La règle institutionnelle du sport s'est ingéniée à éradiquer les conduites paradoxales des jeux sportifs, à l'instar de toute « *organisation sociale* » dont R. Boudon souligne avec force que « *la fonction principale est l'élimination des effets pervers* » [Boudon 1977]. Un joueur de sport collectif ne « trahira » jamais : un footballeur ne marquera jamais volontairement un but contre son camp ; pour un rugbyman, cela n'a pas de sens d'envisager de marquer un essai ou de tirer un drop contre son équipe ! Or, dans le jeu paradoxal, c'est la règle elle-même qui autorise et qui parfois impose l'effet émergent illogique et son cortège de trahisons. Le moraliste classique écrirait que le sport collectif peint les hommes comme ils devraient être et le jeu paradoxal tels qu'ils sont ! On peut penser que l'adoption par une société de jeux sportifs mettant en scène respectivement des formes de lien social aussi opposées, répond à des valeurs et à des représentations sociales fort différentes les unes des autres.



	R	P	V
R	+	-	+
P	+	+	-
V	-	+	+

Figure 7. La double contrainte du paradoxe ludique

Le réseau de marque des Trois camps est une illustration spectaculaire du « jeu paradoxal » dans lequel les joueurs sont déchirés entre deux relations indissociables et totalement contradictoires : celui que le joueur doit éliminer est celui qui le protège

b) *L'acteur et sa subjectivité*

Il est souvent reproché à la modélisation d'être purement « formelle » et d'ignorer le point de vue subjectif des joueurs. Ce reproche paraît peu justifié dans la mesure où le modèle peut précisément se fonder sur les motivations et le propre vécu des pratiquants. C'est ce que l'on va suggérer en empruntant la démarche de la Théorie des jeux.

Considérons les participants à un jeu paradoxal dont les règles sont très simples : la Balle assise. Dans ce jeu, le participant qui s'empare du ballon peut, à l'égard de tout autre joueur de son choix, soit lui faire une passe de coopération (qui impose un rebond de la balle au sol), soit lui décocher un tir d'opposition (qui impose un tir direct de volée). Ces deux interactions motrices contradictoires sont offertes simultanément au détenteur de la balle. Le joueur touché par tir direct doit s'asseoir sur place et attendre de récupérer la balle pour revenir pleinement dans le jeu et se déplacer à son gré. La matrice de la Figure8 affiche les degrés de satisfaction de deux pratiquants standard en fonction du croisement de leurs tactiques respectives de coopération ou d'opposition. On constate que ce modèle est semblable à la célèbre matrice du « Dilemme des prisonniers ». Si chaque joueur choisit sa stratégie « dominante » (opp. ; opp.), il en tire une satisfaction moyenne, vaille que vaille ; échouant et réussissant tour à tour : le résultat produit un équilibre de Nash qui se révèle sous-optimal (3 ; 3). En effet, le choix par chacun de sa stratégie « dominée » (coop. ; coop.) provoquerait un résultat meilleur pour eux deux (4 ; 4) ; mais dans ce cas, chaque joueur est tenté d'adopter subrepticement sa stratégie d'opposition qui augmenterait encore sa satisfaction, car il aurait vaincu par une ruse teintée d'humour, au grand dam du second joueur qui lui aurait fait confiance (5 ; 0) ou (0 ; 5). La situation équilibrée n'est pas satisfaisante et la situation satisfaisante n'est pas équilibrée.

Autrement dit, il y a conflit entre jouer « personnel » et jouer « collectif » : une entente tacite peut assurer une réussite commune (4 ; 4), mais la tentation est grande de trahir pour gagner encore davantage au détriment de l'autre joueur qui resterait coopératif. Le résultat final dépendra donc des anticipations que chacun se fera de la stratégie de son partenaire-adversaire, de son propre degré de confiance et de bienveillance à l'égard de celui-ci. Tout comme le Dilemme des prisonniers, le Dilemme du Jeu paradoxal illustre, en situation d'action motrice, des conduites de décision qui créent un effet pervers en entrecroisant subtilement la rivalité et la complicité. C'est là une caractéristique fondamentale du jeu paradoxal : tout se joue sur une trame délicate entrecroisant sinon entrechoquant l'opposition et la coopération, dans une situation qui hypertrophie les anticipations d'anticipations. La subjectivité des acteurs y est donc reine.

On accuse fréquemment cette modélisation de se limiter aux cas de figure où les intervenants sont réputés « rationnels ». Cet argument semble abusif, car rien n'empêche d'afficher dans les matrices, des valeurs correspondant aux perceptions subjectives des joueurs, ces grandeurs pouvant être très éloignées des valeurs académiques. La rationalité des acteurs n'est pas nécessairement de nature économique, alignée mécaniquement sur un calcul de type monétaire. Le joueur qui « trahit » ou perd de façon volontaire n'est pas « irrationnel » ; à coup sûr il a « de bonnes raisons » d'agir ainsi. Nous avons constaté que certains jeunes enfants jouant aux Quatre coins agissaient sciemment pour « perdre » (rester au milieu) tout en cherchant à donner l'impression qu'ils voulaient gagner [Parlebas, 1974]. Les entretiens ont révélé qu'ils avaient parfaitement compris la règle et l'esprit du jeu, mais, à leurs yeux, il était plus gratifiant de rester au milieu, dans la mesure où cela les mettait sur le devant de la scène

et leur donnait l’impression qu’ils dirigeaient le jeu. La rationalité du joueur paradoxal obéit à des choix affectifs, profondément liés à son vécu personnel et à sa propre perception du contexte ludique.

		J2 S’1 (coop.)	J2 S’2 (opp.)
J1	S1 (coop.)	(4 ; 4)	(0 ; 5)
J1	S2 (opp.)	(5 ; 0)	(3 ; 3)

Figure 8. Le Dilemme des joueurs paradoxaux

Dans cette matrice, les grandeurs indiquées correspondent par convention aux degrés de satisfaction respectifs de deux joueurs standard

Les deux stratégies agressives S2 et S’2 sont « dominantes » : leur croisement détermine un équilibre de NASH, mais le résultat (3 ; 3) est sous-optimal. En effet, la combinaison des deux autres stratégies, coopératives, S1 et S’1 offre un résultat collectif supérieur (4 ; 4). Mais si l’un choisit la stratégie coopérative alors que l’autre garde la stratégie agressive, son résultat est catastrophique (0) et le résultat de l’autre maximum (5). Pour chacun, la tentation est forte de choisir l’antagonisme, mais au risque d’y perdre. On retrouve ici la structure du Dilemme des prisonniers, célèbre en Théorie des jeux

7. LE SYSTEME DES SCORES

Les interactions de marque connaissent des itinéraires qui varient selon que l’on pratique l’escrime, le rugby ou le tennis. Dans nombre de cas, elles définissent un « score » et s’insèrent dans un réseau qui comptabilise et hiérarchise les résultats successivement obtenus par les différents pratiquants. Nous appellerons « système des scores » l’ensemble organisé des réseaux de gains ou de points acquis par les joueurs et prévus explicitement par le code de jeu, tant dans le déroulement de tous les possibles que dans la désignation éventuelle des gagnants et des perdants.

7.1 LA LOGIQUE DU SUPPORT DE MARQUE

Une telle organisation n’est pas quelconque ; elle possède sa logique propre. C’est elle qui va influencer les stratégies des joueurs, en précisant les objectifs ainsi que les cheminements permettant d’atteindre ces derniers. Elle s’appuie sur un « support de marque » représenté par le réseau de transition qui assure la succession des scores possibles. Ce support peut se limiter à une simple chaîne ou « échelle » de performances, qui autorise une comparaison immédiate des résultats, comme en athlétisme ou en natation ; il peut aussi s’étendre aux structures plus originales, en forme de duels, des sports de combat ou des sports collectifs : il s’agit alors d’une structure de treillis qui affiche le produit de deux ordres totaux, chacun de ceux-ci comptabilisant les marques de l’un des deux adversaires.

Une situation exemplaire de ce support est fournie par le jeu que choisit B. Pascal pour illustrer « *la règle des partis* » et fonder le calcul des probabilités sur la notion « *d’espérance* » (dans sa lettre du 29 Juillet 1654 à P. Fermat) [Pascal, 1954]. Dans ce

jeu de pile ou face, le gagnant sera celui qui aura, le premier, remporté trois parties. Le support de marque est un inf-demi-treillis à barrière absorbante (les scores dont l'une des marques vaut 3). L'importance de la barrière absorbante qui finalise le déroulement de l'affrontement, est soulignée ici par le fait que la démonstration pascalienne s'appuie fondamentalement sur les fins de partie. Nous remarquerons que ce support de marque du jeu de Pascal est rigoureusement le même que celui d'un match de volley-ball ou d'un match de tennis en trois sets gagnants.

Les propriétés du système des scores introduisent parfois des biais déconcertants. Une équipe de volley-ball peut ainsi gagner un match bien qu'elle ait remporté beaucoup moins de points que son adversaire au cours de ce match ; le système des scores du tennis comporte un enchâssement de trois treillis successifs (les jeux, les sets, le match) dont les écarts de points associés aux différentes victoires partielles peuvent provoquer la défaite du joueur qui a pourtant remporté le plus grand nombre de points [Parlebas, 1985-1986]. Dans son étude prémonitoire sur le jeu de Paume paru en 1713, J. Bernoulli a oublié d'en tenir compte. Observant des joueurs de Paume,

> *je remarque, écrit-il, que l'un d'eux gagne 200 ou 300 coups, pendant que l'autre n'en gagne que cent : je juge par là, avec assez de certitude, que le premier est deux ou trois fois meilleur joueur que l'autre* [Bernouilli, 1713].

Et Bernoulli en conclut à une « *espérance* » de gagner proportionnelle à ces fréquences observées sur le terrain. En réalité, ainsi que nous l'avons signalé, le joueur qui s'est révélé le « meilleur » au sens de Bernoulli, peut perdre le match : il convient de replonger les points gagnés dans la structure des supports de marque dont les emboîtements successifs d'un treillis de treillis de treillis, peuvent entraîner d'insolites renversements de résultats [Parlebas, 1985-1986].

7.2 UNE COMPTABILITÉ TRIOMPHANTE

Les systèmes des scores du monde sportif sont grandement dépendants des procédures mathématiques et de la quantification qui en règlent le fonctionnement. Le sport a pour objectif de classer et de hiérarchiser ; pour cela, il lui faut mesurer. Dans de nombreux sports, l'accomplissement de performances aisément évaluables fournira une pléthore de mesures objectives (athlétisme, natation…) ; dans d'autres activités, ce seront des juges qui attribueront les notes à l'aide de grilles de cotation et selon des modes de calcul parfois discutés (patinage artistique, gymnastique aux agrès…). Certaines spécialités sportives demandent au mathématicien de véritables acrobaties théoriques ; dans le cas du pentathlon moderne par exemple, il faut produire une seule note finale par athlète dans un classement général unique, en calculant pour chaque concurrent un « résumé » chiffré de ses 5 performances à des épreuves aussi disparates que la natation, l'escrime, le tir, le cross et l'équitation.

L'exigence de la mesure et de la hiérarchie est si prégnante dans le domaine sportif, que de nombreuses spécialités ont mis au point un classement, national ou international, qui actualise au fil des mois le classement de leurs compétiteurs (Formule1, ski, golf, tennis…). Afin d'établir des procédures de classement acceptables, les mathématiciens ont dû parfois résoudre de sévères difficultés techniques. Cette démarche a été utilisée par la fédération échiquéenne qui a adopté un système de classement complexe conçu par le mathématicien américain H. Elo, système hiérarchisant qui tient un rôle central dans le monde des joueurs d'échecs. On observe

une démarche du même type dans certains sports, tel le tennis qui classe joueurs et joueuses dans une hiérarchie implacable constamment mise à jour[2].

Dans de nombreux sports comme le football, le handball, le tennis ou le judo, la détermination des sélectionnés successifs et du vainqueur final des grandes compétitions mobilisant une foule de joueurs ou d'équipes (Championnats nationaux, Coupes du Monde…) donne lieu à des réseaux de « supra-jeu » qui recourent à des procédures variables : poules de qualification, coefficients de pondération, élimination des moins bien classés, départage des ex-æquo… Le cas du « tournoi » sportif est devenu exemplaire au point de donner son nom à une relation mathématique dite « de tournoi », antisymétrique et totale, désormais classique, qui est un véritable cas d'école pour illustrer « l'effet Condorcet » par transgression de la transitivité.

7.3 À LA SOURCE D'UNE DISTINCTION CULTURELLE

Ces quelques rappels soulignent combien la prise en compte des points, des dénombrements et des statistiques de résultats représentent une mine inépuisable de commentaires sportifs. La mesure, la quantification, la hiérarchie sont au cœur des enjeux du sport. Voilà qui établit une franche distinction entre les jeux sportifs institutionnels (les sports) et les jeux sportifs non institutionnels (dits traditionnels) dont un grand nombre n'est sanctionné par aucun résultat final. Un match de football est « résumé » par son score terminal ; une partie de Quatre coins, de Galine ou de Balle assise est dépourvue d'un tel score de conclusion. Il s'agit de « jeux sans fin » qui valent par leurs seules péripéties ludiques, et non par leur aboutissement en un score de domination.

Nous rejoignons ici les analyses de R. Caillois qui, à côté des anciennes « sociétés à tohu-bohu » propices au désordre, distingue des « sociétés à comptabilité » qui sont « ordonnées », « à codes et barèmes » [Caillois, 1958]. Les systèmes de scores illustrent de façon ostentatoire cette « dichotomie radicale » opposant deux types de culture. Certains « ressorts fondamentaux » des sociétés industrielles (la mesure, la rationalisation, l'arbitrage, la culture de la performance, la hiérarchie…) sont à la racine du fonctionnement des systèmes des scores de l'univers du sport alors qu'ils sont très peu présents dans les cultures du passé. Ces différences culturelles se lisent à livre ouvert quand on confronte les réseaux de marque des sports actuels à ceux des jeux traditionnels. Ainsi que l'affirme R. Caillois, on peut observer :

> *une solidarité véritable entre toute société et les jeux qui s'y trouvent pratiqués avec prédilection* [Caillois, 1958].

En l'occurrence, c'est bel et bien le recours au calcul et aux procédures mathématiques qui fournit les attributs de la différenciation culturelle.

7.4 UNE STRUCTURE SOUS-JACENTE PEU SOUPÇONNÉE

Afin d'illustrer le mécanisme de certains systèmes des scores, nous retiendrons le cas du volley-ball, représentatif sous cet angle d'une multitude d'autres pratiques de grande notoriété (tennis, ping-pong, badminton, squash, paume, pelote basque, balle au tambourin…). Le cas est exemplaire car les modifications institutionnelles du système

[2] cf. l'article de N. Paris et L. Gerville-Reache dans ce numéro, p. 47-55.

de marque de ce sport se sont produites sous nos yeux dans les deux dernières décennies, alors que l'analyse de la logique interne de ce système nous avait permis de les prévoir avant même qu'elles n'aient été décidées par la Fédération. Nous avons eu l'occasion d'en présenter une étude approfondie, notamment dans plusieurs numéros de cette revue [Parlebas, 1985-1986] ; aussi allons-nous nous contenter ici d'une brève présentation.

Au cours des années 70, les règles du volley-ball affectant le score sont apparemment d'une grande simplicité : si le coup engagé est remporté par l'équipe servante, celle-ci gagne un point et conserve le service ; sinon, l'équipe recevante s'empare du service, le score restant inchangé. La première équipe qui atteint 15 points gagne le set, sous réserve de posséder au moins 2 points d'avance ; le match se joue en 3 sets gagnants. Cette simplicité de surface masque une structure profonde que l'on peut formaliser.

Sous l'angle du score, chaque état du jeu peut être représentée par le triplet comportant successivement : l'équipe qui vient d'effectuer le service (X ou Y), le résultat de ce coup (réussite : +, ou échec : -) et la valeur de ce score à la suite de ce coup (x et y). Ainsi, par exemple, le triplet $(Y^+, x, y+1)$ correspond à une position qui signifie que l'équipe Y vient d'engager puis de gagner le coup, la marque x restant inchangée, alors que la marque y augmente d'un point. Le passage d'une position à la suivante est assurée par l'opération $_$ qui compose la transition entre deux positions successives selon les contraintes précitées.

Tout match, quel qu'il soit, se déroule en se conformant strictement, comme un automate, au quadruplet de prescriptions suivantes qui, appliqué à chacune des deux équipes X et Y, épuise le champ des possibles :

$$(X^+, x, y) \ _ \ X^+ = (X^+, x+1, y)$$
$$(X^+, x, y) \ _ \ X^- = (X^-, x, y)$$
$$(X^-, x, y) \ _ \ Y^+ = (Y^+, x, y+1)$$
$$(X^-, x, y) \ _ \ Y^- = (Y^-, x, y)$$

Ces contraintes de transition définissent des millions d'itinéraires potentiels sur un support de marque qui est un inf-demi-treillis de minorant universel : (0,0) ; ce support est coiffé par un majorant universel pluriel qui est une barrière absorbante composée d'une multitude de scores d'arrêt, dont la plus élevée des marques vaut 15, ou davantage (la borne d'arrêt du set pouvant être repoussée à l'infini par la cheminée des deux points d'écart) (cf. Figure 9). Ce treillis de plus de 250 sommets peut être converti en un graphe de transition beaucoup plus simple, à 4 sommets, affecté d'un puits absorbant (« stop ») : (cf. Figure 10) dont la matrice associée fournit un excellent outil d'analyse d'un match (cf. Figure 11).

Si l'on choisit le point de vue de l'acteur et non plus celui du système, on peut dresser le schéma du déroulement d'un set vécu par chaque équipe : c'est l'organigramme des coups et des scores de la Figure 12 qui dénote la présence de deux types de circuit dans chaque set (le circuit des deux points d'écart, et surtout la boucle du changement de service). Tous ces graphes peuvent, bien entendu, être valués par les données recueillies au cours de matchs réels et être convertis en tableaux de fréquences ou de probabilités (cf. Figure 11).

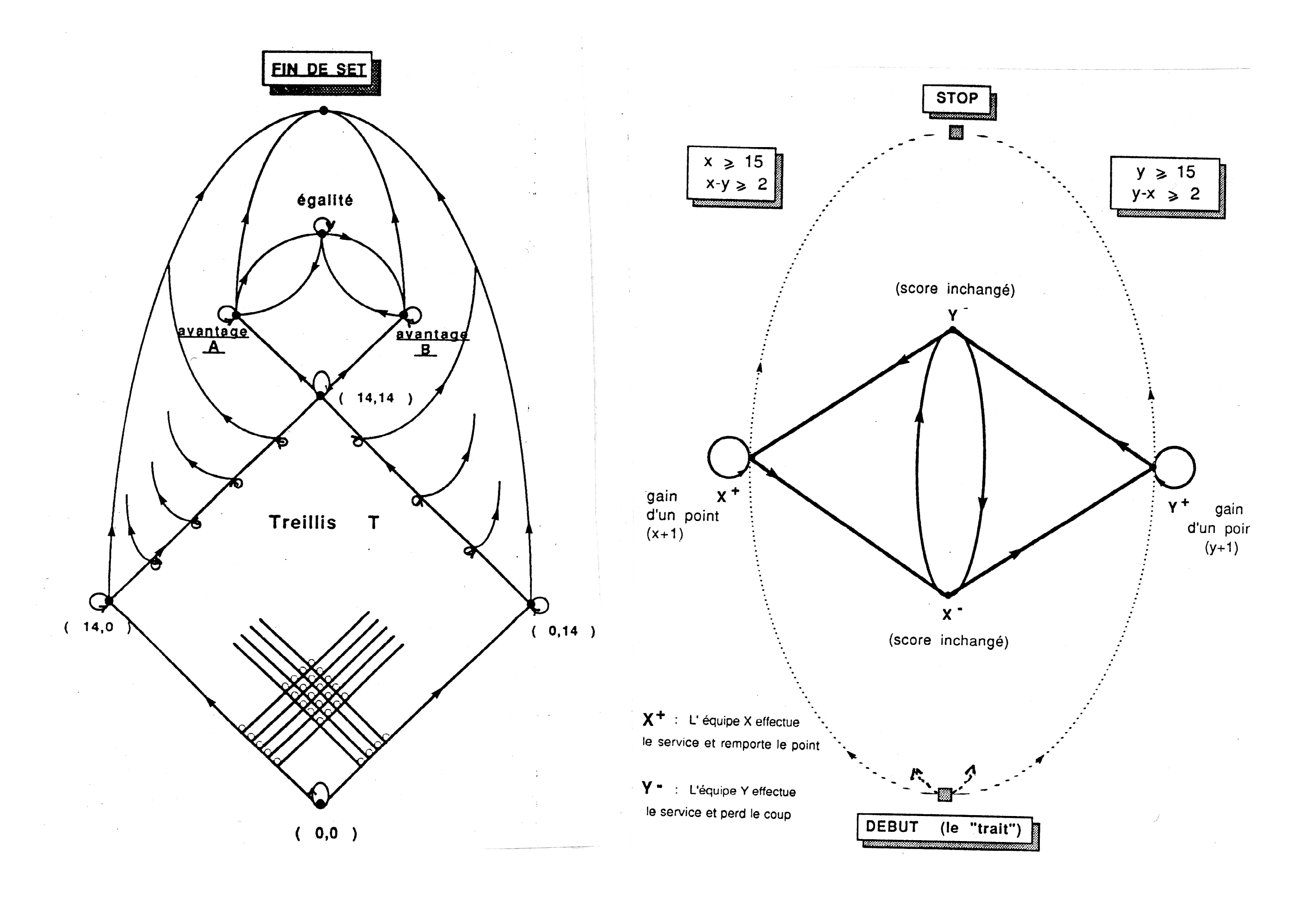
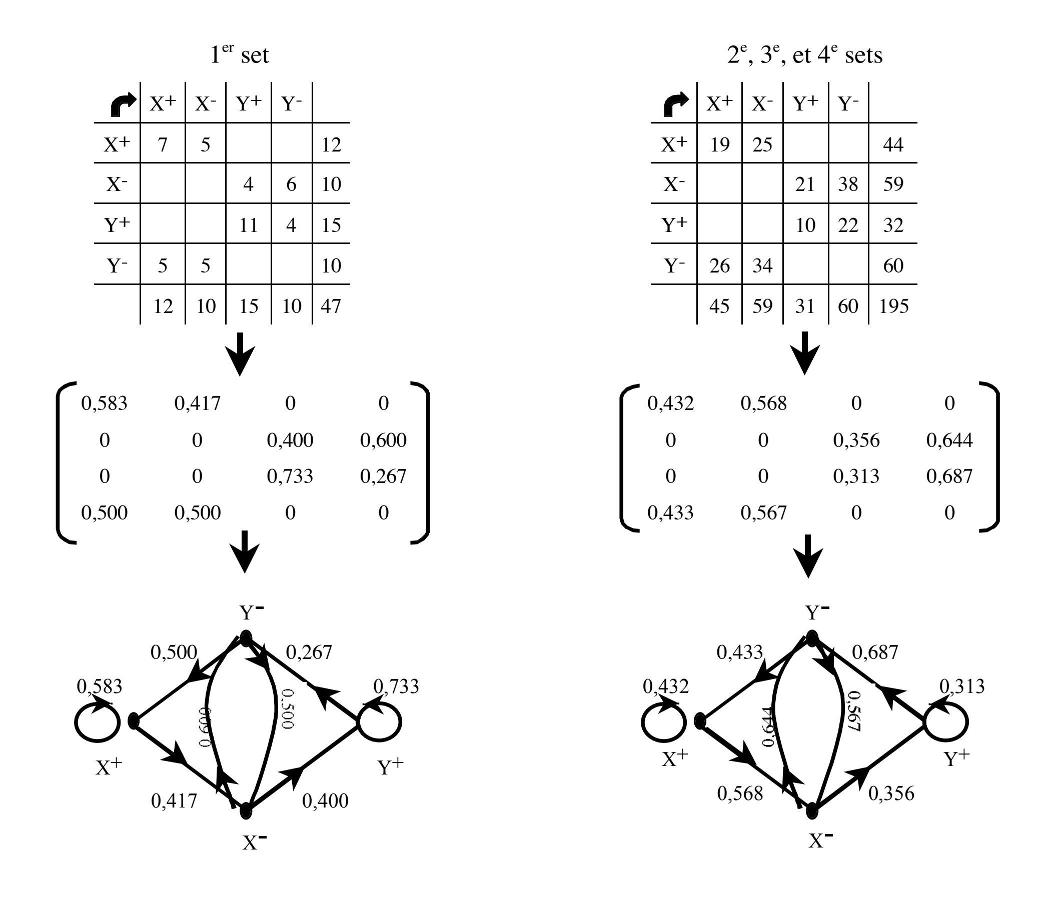


Figure 9. Support de marque du set de volley-ball

Ce support s'appuie sur une structure de treillis. Le majorant universel (fin de set) est constitué d'une « barrière absorbante » pouvant être théoriquement repoussée à l'infini, en raison de la règle qui impose deux points d'écart au vainqueur. Les « boucles » qui affectent chaque sommet correspondent aux changements de service

Figure 10. Graphe de transition des scores du set de volley-vall

Ce graphe résume tous les enchaînements d'événements possibles relatifs aux scores et aux changements de service. Les sommets X^- et Y^- associés à un non-changement de score soulignent les importantes possibilités d'immobilisation de la marque. Les arcs de ce graphe peuvent être affectés à des probabilités de passage évaluées à l'aide d'une observation de terrain



1er set

↱	X+	X-	Y+	Y-	
X+	7	5			12
X-			4	6	10
Y+			11	4	15
Y-	5	5			10
	12	10	15	10	47

0,583	0,417	0	0
0	0	0,400	0,600
0	0	0,733	0,267
0,500	0,500	0	0

2e, 3e, et 4e sets

↱	X+	X-	Y+	Y-	
X+	19	25			44
X-			21	38	59
Y+			10	22	32
Y-	26	34			60
	45	59	31	60	195

0,432	0,568	0	0
0	0	0,356	0,644
0	0	0,313	0,687
0,433	0,567	0	0

Figure 11. Match de la finale USA/URSS : tableaux, matrices et graphes de passage (Championnats du Monde de volley-ball, 1986)

La première colonne correspond au premier set gagné par l'URSS (Y) et la seconde aux résultats cumulés des trois autres sets remportés par les USA (X). Ces données permettent de multiples analyses : par exemple, la comparaison des deux graphes montre que la défaite de l'URSS est associée, entre autres, à une chute de ses réussites dans le gain des points de série (de 73,3 % à 31,3 %).

C'est le rapport entre le système des scores et les exigences des sociétés actuelles qui nous a permis de prévoir le caractère inéluctable de certaines modifications des règles. Le sport est devenu un spectacle de masse qui engage des enjeux économiques considérables et finalement décisifs. Le système des scores des années 70 autorisait des fluctuations de la durée qui pouvaient s'étager de 10 minutes à une heure pour le set, et de trois-quarts d'heure à trois heures pour le match ! De tels écarts intempestifs rendaient la programmation des rencontres, notamment télévisuelles, non maîtrisable. La plupart des auteurs attribuaient ces débordements temporels à la possibilité de 5 sets et à l'obligation des 2 points d'écart. Notre analyse de l'époque avait montré qu'en réalité la grande responsable était la boucle des changements de service qui affectait chaque sommet du treillis (boucle dont l'effet était renforcé par le net avantage du retour de service de l'équipe recevante, ce qui entretenait cette immobilisation du score). La solution était donc dans l'adoption de la « marque continue », c'est-à-dire dans la suppression de cette myriade de circuits ponctuels associés au changement de service qui faisaient démesurément stagner le score : chaque coup de jeu devrait désormais accorder systématiquement un point à l'équipe qui remportait l'échange. Parmi d'autres mesures d'accompagnement (marque d'arrêt du set à 25 points et non plus à 15), c'est ce qu'a décidé la Fédération Internationale en 1998.

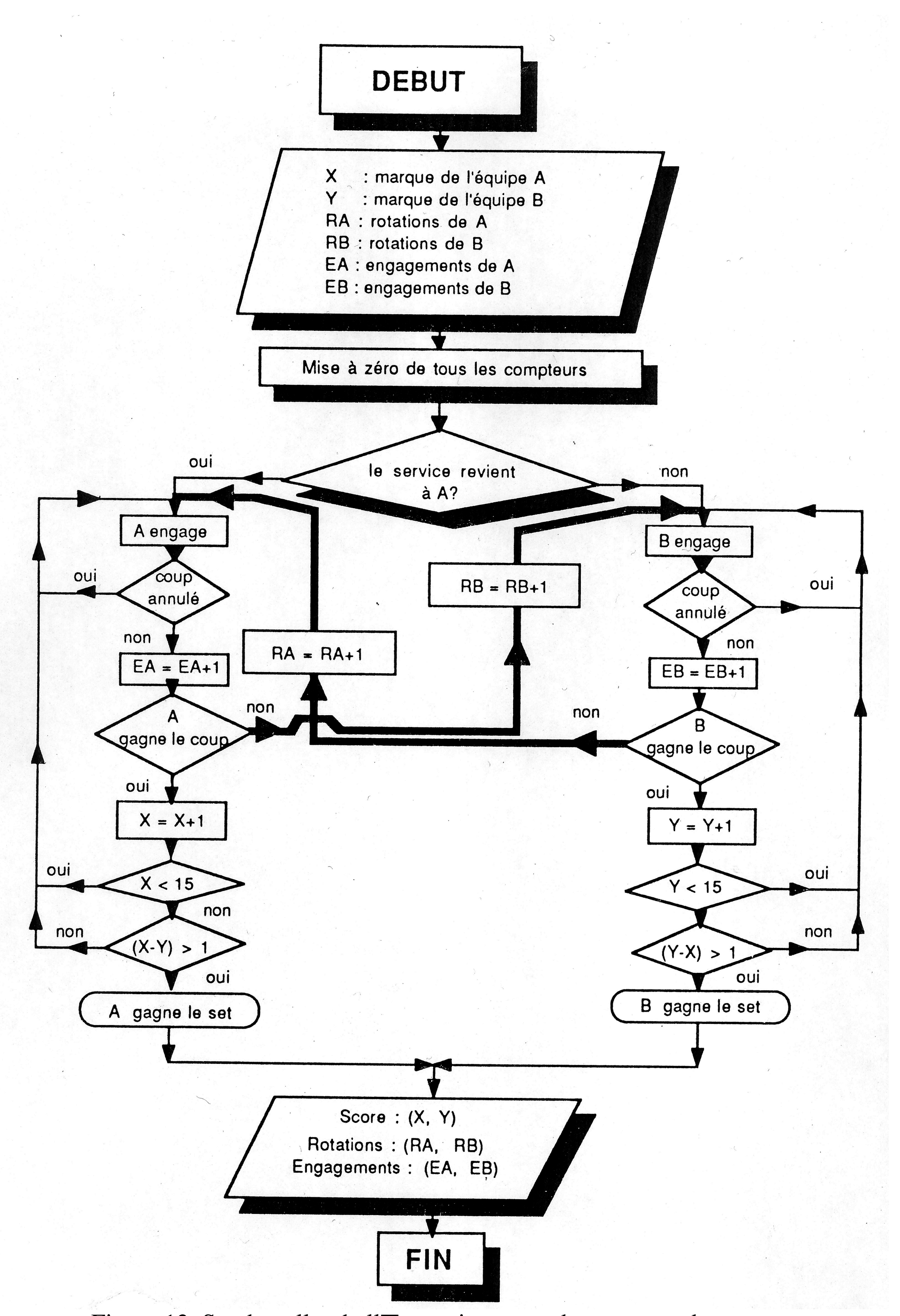


Figure 12. Set de volley-ball□organigramme des coups et des scores

Le schéma traduit les impératifs de la logique interne des scores. On remarquera, en gras le circuit infini des changements de service. On notera□EA = X + RB et EB = Y + RA. Si CA représente le nombre de coups remportés par A, on a□CA = X + RA et CB = Y + RB

Ce constat suggère deux remarques. D'une part, la logique interne du sport est en étroite connivence avec les normes de sa société d'appartenance, notamment avec les normes de spectacularité auxquelles elle tend à se conformer. D'autre part, la modélisation mathématique élémentaire des jeux sportifs n'est pas un simple rêverie abstraite séparée des réalités du terrain, puisqu'elle peut prévoir et éventuellement orienter certaines de ses transformations.

8. L'AVENTURE DU JEU PASCALIENNE

8.1 LA CONTRAINTE EST CRÉATRICE

Les quelques modélisations précédentes ont essayé de montrer que « *l'aventure du jeu* », pour reprendre le mot de Pascal, se déploie sur la trame de processus identifiables, parfois mathématisables, qui définissent avec précision un univers d'action dont on peut mettre au jour la dynamique et la cohérence.

Bien que fort différents, un set de volley-ball et un texte oulipien se déroulent tous deux selon une même logique de prédétermination relative. Ainsi, lorsqu'il met en scène les locataires de son grand immeuble de *La Vie mode d'emploi* [Pérec, 1978], G. Pérec se conforme-t-il aux sévères contraintes d'un bi-carré latin orthogonal d'ordre 10 ; certes, il choisit lui-même les personnages, leurs accessoires et leurs comportements, mais son récit respecte scrupuleusement les exigences du cadre combinatoire totalement pré-établi. Dans la même perspective, si ce sont bel et bien les volleyeurs qui donnent vie et contenu au match, la résultante de leurs actions n'en va pas moins s'inscrire dans un système des scores préexistant dont la logique d'automate, articulée sur le triangle de Pascal, est elle aussi inexorable. La règle impose ses diktats.

Non sans humour, J. Roubaud avance que « *L'auteur oulipien est un rat qui construit lui-même le labyrinthe dont il se propose de sortir* » [Roubaud, 1994]. Le jeu sportif suscite la même remarque étonnée : des enfants ou des adultes qui ont toute liberté pour se divertir s'imposent des contraintes collectives exigeantes, se jurent d'y obéir et acceptent même de se soumettre à des sanctions sévères en cas d'infraction ! Alors que toute latitude leur est donnée, ils se jettent de leur plein gré dans les fers. La contrainte est à la source du plaisir du jeu. C'est dire combien les règles représentent l'ossature fondamentale des pratiques ludiques ; comprendre un jeu, c'est être capable de reconstituer l'architecture de cette ossature et d'en apprécier la dynamique dans ses diverses conséquences.

L'immense variété des jeux sportifs s'accomplit sur un fonds d'invariants. La modélisation de ces invariants sous forme « d'universaux » exhibe les mécanismes opératoires qui sont à l'origine des conduites des joueurs : stratégies d'interaction, intervention sur le score, prise et changement de rôles… Tout comme les Oulipiens ont montré que l'inventivité des auteurs s'appuie sur des contraintes formelles, on peut suggérer que la spontanéité des joueurs est exaltée par les impératifs des codes ludiques. Dans le champ de l'action motrice, pareillement à celui de la littérature, la contrainte est créatrice.

S'impose en quelque sorte une pré-programmation globale de l'action, qui laisse en contrepartie une réelle marge de manœuvre et de décision aux acteurs. La mathématisation éventuelle de ce destin ludique possède quelque chose de choquant aux

yeux de nombreux auteurs. L'idée dominante voudrait que le jeu soit pure décision et totale spontanéité. Et pourtant, chacun sait bien qu'un basketteur ne contrôlera pas la balle du pied, et qu'un slalomeur ne passera pas à côté des portes de la chicane□chaque jeu sportif enserre le joueur dans un corset de contraintes. Le paradoxe, c'est que la créativité va naître de ces obligations. Le lecteur pressé ayant parcouru «□*De l'autre côté du miroir*□» n'aura sans doute guère prêté attention à l'une des premières pages de ce livre de L. Carroll sur laquelle sont présentés un échiquier et la séquence d'une dizaine de coups correspondant à une partie en cours. Or, cette suite de 21 demi-coups programme la succession des aventures que va vivre Alice, de chapitre en chapitre, en suivant fidèlement les règles de déplacement liées au statut des pièces (pion, cavaliers, reines…). N'est-il pas intéressant de constater que c'est l'un des fondateurs de l'Oulipo, F. Le Lionnais, qui commente abondamment cet étonnant jeu de contraintes clandestines [Le Lionnais, 1971]□ Les conduites ludiques d'Alice, les plus folles et les plus débridées, sont donc en réalité prédéterminées par de strictes configurations échiquéennes formalisables s'achevant sur un mat triomphant. Aussi, l'opposition entre la rigueur mathématique et la spontanéité ludique paraît-elle non fondée. La modélisation du jeu sportif n'est aucunement contraire aux manifestations de la fantaisie et du vécu les plus exubérants.

La perspective oulupienne n'est pas désintéressée□elle vise à mieux connaître les conduites des joueurs et les préférences des sociétés. Aux différentes modélisations des jeux sportifs, nous avons associé les prémisses d'une interprétation psychologique et sociologique. La mise au jour des modèles, qui sont les véritables matrices d'engendrement des actes de jeu, permet de proposer des interprétations sociologiques qui s'appuient sur des données rigoureuses et non sur des affirmations incantatoires. On peut formuler l'hypothèse que les jeux sportifs choisis par une société entretiennent et exaltent les compétences, les savoir-agir et les vertus valorisés par cette société. Les jeux traditionnels classiques répondraient ainsi aux normes et aux valeurs des sociétés anciennes, et les sports□à celles des sociétés modernes à haute technologie. On s'autorisera à penser avec M. Barbut que□

> *peut-être l'étude de la structure des jeux pratiqués par les sociétés aura-t-elle alors un rôle aussi révélateur que celle des structures de la parenté* [Barbut, 1967].

Par son aspect provocateur, la modélisation mathématique des jeux sportifs met à vif un point de discorde□ l'opposition traditionnelle entre les mathématiques et la subjectivité, entre la rigueur et la fantaisie, entre le ludique et le sérieux. Cette opposition, avons-nous vu, est une idée reçue, désormais désuète. Le jeu sportif, traditionnel ou institutionnel, n'est pas une gesticulation futile dénuée de signification, visant à un simple défoulement énergétique. C'est une pratique et un spectacle qui transmettent des compétences et des valeurs choyées par la culture d'appartenance.

Pour mieux connaître cette pratique, on ne peut se contenter de répéter, fût-ce avec quelque nuance d'amélioration, les anciens discours sur le jeu et le sport□ l'ampoule électrique n'est pas née du perfectionnement progressif de la bougie. La modélisation mathématique offre une rupture, un nouveau regard sur le jeu sportif qui suggère de lier plus intimement la nature formalisable des structures ludiques avec la signification et la symbolique des actions qu'elles mettent en scène.

BIBLIOGRAPHIE

BARBUT M., « Jeux et mathématiques. Jeux qui ne sont pas de pur hasard », *Jeux et sports*, Encyclopédie de la Pléiade, Paris, Gallimard,1967, p.836-864.

BATESON G., *Vers une écologie de l'esprit*, Paris, Le Seuil, 1977.

BERGE Cl., « Pour une analyse potentielle de la littérature combinatoire », O*ulipo, la littérature potentielle*, Paris, Gallimard, 1973.

BERNOULLI J., « Lettre à un Ami, sur les Parties du Jeu de Paume », *Ars conjectandi*, Impressions anastaltiques, culture et civilisation, Bruxelles, 1968 (1713), p. 1-35.

BOUDON R., *Effet pervers et ordre social*, Paris, Presses Universitaires de France, 1977.

BOUDON R., *La logique du social. Introduction à l'analyse sociologique*, Paris, Hachette littérature, 1979.

BOURDIEU P., « De la règle aux stratégies », *Choses dites*, Paris, éditions de Minuit, Paris, 1987, p. 75-93.

CAILLOIS R., *Les jeux et les hommes*, Paris, Gallimard, 1958.

CROZIER M., FRIEDBERG E., *L'acteur et le système. Les contraintes de l'action collective*, Paris, Le Seuil, 1977.

DEGENNE A., FORSE M., *Les réseaux sociaux*, Paris, Armand Colin, 1994.

ELIAS N., DUNNING E., *Sport et civilisation. La violence maîtrisée*, Paris, Fayard, 1994.

FLAMENT Cl., *Théorie des graphes et structures sociales*, Paris, La Haye, Gauthier-Villars, Mouton, 1965.

GUILBAUD G.Th., « Jeu. Théorie des jeux », *Dictionnaire des jeux*, Paris, éditions Cl. Tchou, Paris, 1964, p. 253-271.

GUILBAUD G.Th., « Leçons sur les éléments principaux de la théorie mathématique des jeux », *Stratégies économiques. Études théoriques et applications aux entreprises*, Paris, Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), 1954.

HARARY F., NORMAN R.Z., CARTWRIGHT D., *Introduction à la théorie des graphes orientés*, Paris, Dunod, 1968.

JORION P., « Graphes ou graffitis ? », *L'homme* 97-98, XXVI (1-2), 1986, p. 365-369.

LE LIONNAIS F., « Alice joue aux échecs », *Lewis Carroll* n° 17, Paris, l'Herne, 1971, p. 133-145.

LEMIEUX V., *Les réseaux d'acteurs sociaux*, Paris, Presses Universitaires de France, 1999.

OULIPO, *La littérature potentielle*, Paris, Gallimard, 1973.

OULIPO, *Atlas de la littérature potentielle*, Paris, Gallimard, 1981.

PARLEBAS P., « Analyse mathématique élémentaire d'un jeu sportif », *Mathématiques et Sciences humaines,* n° 47, Paris, Gauthier-Villars, 1974, p. 5-35,

PARLEBAS P., *Eléments de sociologie du sport*, Paris, Presses Universitaires de France, 1986.

PARLEBAS P., « Modélisation du jeu sportif : le système des scores du volley-ball », *Mathématiques et Sciences humaines*, n° 91, p. 57-80, n° 92, p. 41-68, n° 95,p. 19-44, Paris, 1985-1986.

PARLEBAS P., « Réseaux dans les jeux et les sports », *L'année sociologique, Sociologie du sport, en France, aujourd'hui*, volume 52, n° 2, Paris, Presses Universitaires de France, 2002, p. 315-349.

PARLEBAS P., « Elementary mathematical modelization of games and sports", T*he explanatory power of models*, Robert Franck (ed.), Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2002, p. 197-227.

PASCAL B., « Lettre de Pascal à Fermat », *Pascal. Œuvres complètes*, Bibliothèque de la Pléiade, Paris, Gallimard, 1954, p.77-90.

PEREC G., *La Vie mode d'emploi*, Paris, Hachette, 1978.

QUENEAU R., *Cent mille milliards de poèmes*, Paris, Gallimard, 1961.

REYNAUD J.D., *Les règles du jeu. L'action collective et la régulation sociale*, Paris, Armand Colin, 1989.

ROSENSTIEHL P., « Jeux et mathématiques. Jeux de pur hasard », *Jeux et sports*, Encyclopédie de la Pléiade, Paris, Gallimard, 1967, p. 826-835.

ROSENSTIEHL P., MOTHES J., *Mathématiques de l'action*, Paris, Dunod, 1968.

ROUBAUD J., « L'Oulipo et l'Art combinatoire », *Revue d'Art et de Sciences Humaines*, n° 3, Ajaccio, Association Giallu, 1994, p. 5-16.